

岩层磁导率对频率测深

视电阻率曲线的影响

陈明生 李毓茂

(煤炭科学院地质勘探分院)

频率测深理论曲线现有计算公式都是把各层的磁导率看成等于真空磁导率 μ_0 的情况下推演出来的，这对沉积岩层通常是适宜的；但对磁导率较大的岩层（基性火成岩），将导致频率测深视电阻率值的增高。从这点出发，我们就磁导率对频率测深视电阻率曲

线的影响，进行了理论公式的推导和实算。

据曹昌祺教授推演的思路，我们推出考虑各层磁导率不同的一般计算公式，就其常用的电偶极源激发的 E_x 、 H_z 分量表示如下：

$$E_x^0 = i \frac{\mu_0 \omega I a}{4\pi} \int_0^\infty \left[\frac{1}{\tau_0 + \tau_1 G_\tau} - \frac{1}{\xi_0 + \xi_1 G_\xi} \right] \lambda J_0(\lambda r) d\lambda \\ + i \frac{\mu_0 \omega I a}{4\pi} \cos 2\theta \int_0^\infty \left[\frac{1}{\tau_0 + \tau_1 G_\tau} + \frac{1}{\xi_0 + \xi_1 G_\xi} \right] \lambda J_2(\lambda r) d\lambda \quad (1)$$

$$H_z^0 = \frac{I a}{2\pi} \sin \theta \int_0^\infty \left(\frac{1}{\tau_0 + \tau_1 G_\tau} \right) \lambda^2 J_1(\lambda r) d\lambda \quad (2)$$

对三层介质来说

$$G_\tau = \frac{1 - \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} e^{-2k_1 h_1} + \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} \frac{\tau_2 - \tau_3}{\tau_2 + \tau_3} e^{-2k_2 h_2} - \frac{\tau_2 - \tau_3}{\tau_2 + \tau_3} e^{-2(k_1 h_1 + k_2 h_2)}}{1 + \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} e^{-2k_1 h_1} + \frac{\tau_1 - \tau_2}{\tau_1 + \tau_2} \frac{\tau_2 - \tau_3}{\tau_2 + \tau_3} e^{-2k_2 h_2} + \frac{\tau_2 - \tau_3}{\tau_2 + \tau_3} e^{-2(k_1 h_1 + k_2 h_2)}} \quad (3)$$

$$G_\xi = \frac{1 - \frac{\xi_1 - \xi_2}{\xi_1 + \xi_2} e^{-2k_1 h_1} + \frac{\xi_1 - \xi_2}{\xi_1 + \xi_2} \frac{\xi_2 - \xi_3}{\xi_2 + \xi_3} e^{-2k_2 h_2} - \frac{\xi_2 - \xi_3}{\xi_2 + \xi_3} e^{-2(\xi_1 h_1 + \xi_2 h_2)}}{1 + \frac{\xi_1 - \xi_2}{\xi_1 + \xi_2} e^{-2k_1 h_1} + \frac{\xi_1 - \xi_2}{\xi_1 + \xi_2} \frac{\xi_2 - \xi_3}{\xi_2 + \xi_3} e^{-2k_2 h_2} - \frac{\xi_2 - \xi_3}{\xi_2 + \xi_3} e^{-2(\xi_1 h_1 + \xi_2 h_2)}} \quad (4)$$

式中 $\tau_j = \frac{K_j}{\mu_{r,j}}$ ， $\xi_j = \frac{k_j^2}{\mu_{r,j} K_j}$

$$K_j = \sqrt{\lambda^2 - k_j^2} \quad , \quad k_j = \sqrt{\omega^2 \epsilon_j \mu_j + i \omega \mu_j \sigma_j}$$

而 μ_j 是第 j 层介质磁导率， $\mu_{r,j}$ 是相对磁导率，其它符号通用。

对于远区，即 $|Kr| \gg 1$ ，当忽略位移电流时，(1)、(2)式分别转变为

$$E_x^0 = \frac{I a}{2\pi} \frac{\mu_{r,1}}{\sigma_1} \frac{1}{G_0^2} \frac{1}{r} (3 \cos^2 \theta - 2) \quad (5)$$

$$H_z^0 = i \frac{3 I a}{2\pi} \frac{1}{\omega \mu_0} \frac{\mu_r}{\sigma_1} \frac{1}{G_0^2} \frac{1}{r^4} \sin \theta \quad (6)$$

其中

$$G_0 = \frac{1 - \frac{\zeta_1 - \zeta_2}{\zeta_1 + \zeta_2} e^{2ik_1 h_1} + \frac{\zeta_1 - \zeta_2}{\zeta_1 + \zeta_2} \frac{\zeta_2 - \zeta_3}{\zeta_2 + \zeta_3} e^{2ik_2 h_2} - \frac{\zeta_2 - \zeta_3}{\zeta_2 + \zeta_3} e^{2i(k_1 h_1 + k_2 h_2)}}{1 + \frac{\zeta_1 - \zeta_2}{\zeta_1 + \zeta_2} e^{2ik_1 h_1} + \frac{\zeta_1 - \zeta_2}{\zeta_1 + \zeta_2} \frac{\zeta_2 - \zeta_3}{\zeta_2 + \zeta_3} e^{2ik_2 h_2} + \frac{\zeta_2 - \zeta_3}{\zeta_2 + \zeta_3} e^{2i(k_1 h_1 + k_2 h_2)}} \quad (7)$$

$$\zeta_j = \frac{k_j}{\mu_{rj}}$$

对于电偶源赤道偶极装置，(5)、(6)式分别变为

$$E_x^0 = \frac{Ia}{2\pi} \cdot \frac{\mu_{r1}}{\sigma} \cdot \frac{1}{G_0^2} \cdot \frac{1}{r^3} \quad (8)$$

$$H_z^0 = i \frac{3Ia}{2\pi} \cdot \frac{1}{\omega\mu_0} \cdot \frac{\mu_{r1}}{\sigma_1} \cdot \frac{1}{G_0^2} \cdot \frac{1}{r^4} \quad (9)$$

相应于(8)、(9)式求视电阻率的理论公式为

$$\rho_a^{\text{H}_z^{90^\circ}} = \rho_a^{\text{E}_x^{90^\circ}} = \frac{\mu_{r1}}{\sigma_1} \cdot \frac{1}{G_0^2} \quad (10)$$

野外实用计算式为

$$\rho_a^{\text{E}_x^{90^\circ}} = \frac{\pi r^3}{AB \cdot MN} \frac{\Delta V}{I} \quad (11)$$

$$\rho_a^{\text{H}_z^{90^\circ}} = \frac{2\pi r^4 \mu_0 \omega}{3AB} \cdot \frac{H_z}{I} = \frac{2\pi r^4}{3ABI} \Delta \varepsilon_H / nQ \quad (12)$$

根据(10)式，我们计算了几组三层地电断面的视电阻率振幅和相位曲线。现举出三组视电阻率振幅曲线加以说明。

由图1看出，当 $\mu_{r1} = 1$ ，即磁导率 $\mu_1 = \mu_0$ 时，为正常视电阻率K型三层振幅曲线。当 $\mu_{r2} = 4$ ，即磁导率 $\mu_2 = 4\mu_0$ 时，视

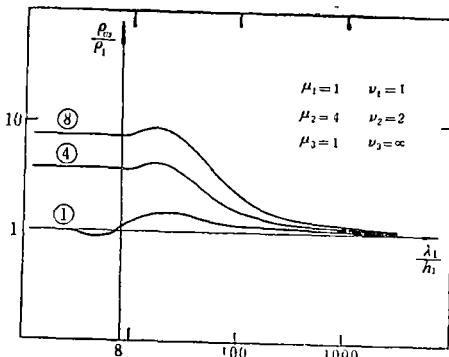


图1 第一层的磁导率不同的远区 $|\rho_a|$ K型三层理论曲线
(曲线上数值表示第一层的 μ_{r1})

电阻率振幅曲线的首枝渐近线之值提高到4倍，而 $\mu_{r2} = 8$ 时，相应的曲线的首枝渐近线之值提高到8倍。除曲线尾枝渐近线之值趋于 $\rho_a/\rho_1 = 1$ ，其他值都有不同程度的提高。

由图2看出，曲线的首尾渐近值分别为 $\rho_a/\rho_1 = 1$ ， $\rho_a/\rho_3 = 1$ 。曲线中间部分随 μ_{r3} 的增加，视电阻率的振幅值也相应增加。

由图3看出，曲线首枝无什么变化，中间部分变化也不大，尾枝有显著的变化。随 μ_{r3} 的增加，其尾枝渐近值相应于 $\mu_{r3} = 2$ 、4、8而趋于 $\rho_a/\rho_3 = 2$ 、4、8。

这种地层的磁导率变化，导致视电阻率振幅曲线值也发生变化是可以理解的，这里不妨以 $|\rho_a|$ 二层远区曲线公式加以分析。

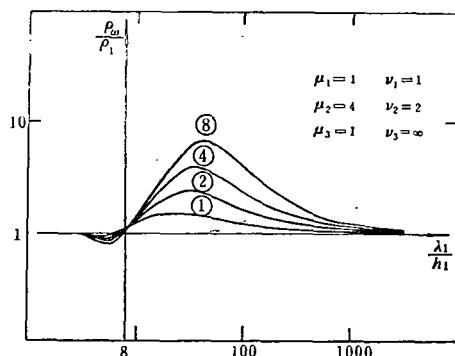


图2 第二层的磁导率不同的远区 $|\rho_a|$ K型三层理论曲线
(曲线上数值表示第二层的 μ_{r2})

对于二层介质有

$$G_0 = \frac{1 - \frac{\zeta_1 - \zeta_2}{\zeta_1 + \zeta_2} e^{2ik_1 h_1}}{1 + \frac{\zeta_1 - \zeta_2}{\zeta_1 + \zeta_2} e^{2ik_1 h_1}} = \frac{1 - \frac{\sqrt{\frac{\sigma_1}{\mu_{r1}}} - \sqrt{\frac{\sigma_2}{\mu_{r2}}}}{\sqrt{\frac{\sigma_1}{\mu_{r1}}} + \sqrt{\frac{\sigma_2}{\mu_{r2}}}} e^{2ik_1 h_1}}{1 + \frac{\sqrt{\frac{\sigma_1}{\mu_{r1}}} - \sqrt{\frac{\sigma_2}{\mu_{r2}}}}{\sqrt{\frac{\sigma_1}{\mu_{r1}}} + \sqrt{\frac{\sigma_2}{\mu_{r2}}}} e^{2ik_1 h_1}} = \frac{1 - \eta_{12} e^{2ik_1 h_1}}{1 + \eta_{12} e^{2ik_1 h_1}} \quad (13)$$

式中

$$\eta_{12} = \frac{\sqrt{\frac{\sigma_1}{\mu_{r1}}} - \sqrt{\frac{\sigma_2}{\mu_{r2}}}}{\sqrt{\frac{\sigma_1}{\mu_{r1}}} + \sqrt{\frac{\sigma_2}{\mu_{r2}}}}$$

而

$$\frac{1}{|G_0|^2} = \frac{1 + 2\eta_{12} e^{2x} \cos 2x + \eta_{12}^2 e^{-4x}}{1 - 2\eta_{12} e^{-2x} \cos 2x + \eta_{12}^2 e^{-4x}} \quad (14)$$

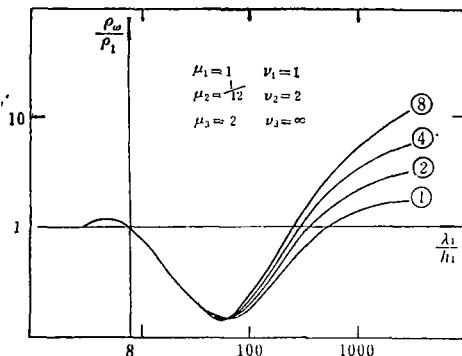


图 3 第三层的磁导率不同的远区 $|\rho_o|$ H型三层理论曲线(曲线上数值表示第三层的 μ_r)

其中

$$x = \sqrt{\frac{\mu_1 \omega \sigma_1}{2}} h_1 = \frac{h_1}{\delta_1}$$

δ_1 是电磁波在第一层的穿透深度。当 $x \gg 1$, 即 $\delta_1 \ll h_1$ 时, 电磁波仅进入第一层, 这时 $\frac{1}{|G_0|^2} \cong 1$, 由(10)式得 $|\rho_o| = \frac{\mu_r}{\sigma_1}$

$$\frac{1}{|G_0|^2} \cong \mu_{r1} \rho_1 \quad (15)$$

由此看出, 当 $\mu_{r1} = 1$ 时, 视电阻率振幅的渐近值趋于 ρ_1 。当 μ_r 增加时, $|\rho_o|$ 的渐近值也以同样倍数增加。

当 $x \ll 1$, 即 $\delta_1 \gg h_1$ 时, 电磁波主要进

入第二层, 这时

$$\frac{1}{|G_0|^2} \cong \frac{\rho_2 \mu_{r2}}{\rho_1 \mu_{r1}} \quad (16)$$

便得

$$|\rho_o| \cong \frac{\mu_{r1}}{\sigma_1} \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{\mu_{r2}}{\mu_{r1}} = \mu_{r2} \rho_2$$

因此, 第二层的磁导率增加多少倍, 其曲线的尾枝渐近值也增加为多少倍。

从 G_0 表达式中, 还可以进一步分析出, 相对于 $\mu_{r1} = 1$ 时, μ_{r1} 不同, 相当于指数中的真电阻率 ρ_1 缩小 μ_{r1} 倍, 而 ζ_1 中的 ρ_1 扩大 μ_{r1} 倍。一般说来, ζ_1 中的 μ_{r1} 比 k_1 中的 μ_{r1} 对 $|\rho_o|$ 曲线影响大, 尤其当相应层的视电阻率趋于渐近值时, 更是如此。

总之, 磁导率大的岩层存在, 一般使视电阻率曲线的值增大, μ_r 越大, 增加也越大。当磁导率大的岩层趋于渐近值时, 可使此值扩大为其真电阻率 ρ_1 的 μ_{r1} 倍(近似)。因此, 在频率测深工作中(包括大地电磁测深), 磁性层的存在是不可忽视的, 同时说明交流视电阻率的含义还有磁导率的影响。

在本文写作过程中, 寇绳武同志曾提供参考资料, 庞晋红同志电算了曲线, 一并感谢。