

文章编号: 1001-1986(2008)02-0028-04

分析隔水边界附近抽水—恢复试验数据的新方法

郭建青^{1,2}, 李彦¹, 王洪胜², 周宏飞¹

(1.中国科学院新疆生态与地理研究所, 新疆 乌鲁木齐 830011;

2.长安大学, 陕西 西安 710054)

摘要: 为能同时分析含水层具有直线隔水边界条件下, 抽水试验中抽水—恢复阶段降深数据, 提出了一种新的数据分析方法。在建立这种方法时, 将表示抽水和恢复阶段水头降深表达式中 Theis 井函数的级数表达式的前 3 项作为其近似表达式, 经过推导, 分别得到抽水和恢复 2 个阶段的直线方程。2 个直线方程的因变量和自变量均为观测数据的函数, 而直线常数为待求参数的函数, 在进行数据分析时, 只要将试验观测数据分别转化为直线方程的因变量和自变量数据, 就能够利用一元线性回归法分别计算 2 个直线方程的常数, 而利用直线常数的表达式, 能够推导得到计算含水层参数和映射井到观测孔间距离的公式。通过算例说明了方法的具体应用步骤。

关键词: 含水层; 隔水边界; 抽水—恢复试验; 井函数简化; 参数计算

中图分类号: P641.2 **文献标识码:** A

A new method for estimating aquifer parameters from pumping-recovery test data with linear impermeable boundary

GUO Jian-qing^{1,2}, LI Yan¹, WANG Hong-sheng², ZHOU Hong-fei¹

(1. Xinjiang Institute of Ecology and Geography, Academia Sinica, Urumqi 830011, China;

2. Chang'an University, Xi'an 710054, China)

Abstract: In order to determine aquifer parameters and the distance between observation well and imaginary well from the observed drawdown data of both pumping and recovery stage of the test conducted in the aquifer with linear impermeable boundary, a new method is proposed. For deriving the useful formula, the first three terms in expansion series of the Theis' well functions for describing the changes of two stages of pumping and recovery are taken as simplified expresses of the well function respectively. With some suitable transformation, two linear equations for two stages are established, and the constants in these two equations are composed of the parameters to be estimated, and the independent variables and dependent variables of these two linear equations are all the function of the observed data in test. Hence, as soon as the test data are transformed into the data of independent variables and dependent variables in these two linear equations, the linear constants may be calculated by the method of linear regression method, and, then according to values of linear constants, the aquifer parameters and the distance between observation well and imaginary well can be estimated. Finally, an example is given to show in detail the application procedure of the proposed method.

Key words: aquifer ; impermeable boundary ; pumping-recovery test ; simplification of well function ; parameter estimation

在承压含水层中进行抽水试验时, 由于地质构造原因经常会遇到具有直线隔水边界的情况(图 1)。在这种情况下, 不能直接应用 Theis 公式分析具有直线隔水边界含水层情况下抽水试验数据, 确定含水层参数。然而, 在具有直线隔水边界情况下进行抽水试验, 能够达到 3 个目的。首先, 在直线边界走向已知的情况下, 通过分析抽水试验数据, 能够

确定直线隔水边界位置和含水层参数; 其次, 在隔水边界位置为已知的情况下, 通过计算出的直线隔水边界位置, 据此能够检验抽水试验过程和数据分析结果的可靠性; 最后, 利用参数计算结果, 可评价隔水边界的存在对含水层中水位降深变化的影响。因此, 分析隔水边界附近含水层抽水试验数据, 确定含水层参数和隔水边界位置具有重要意义。

收稿日期: 2007-08-22

基金项目: 国家自然科学基金项目(40671037)

作者简介: 郭建青(1958—), 男, 陕西宜君人, 教授, 主要从事地下水动力学与环境水力学研究。

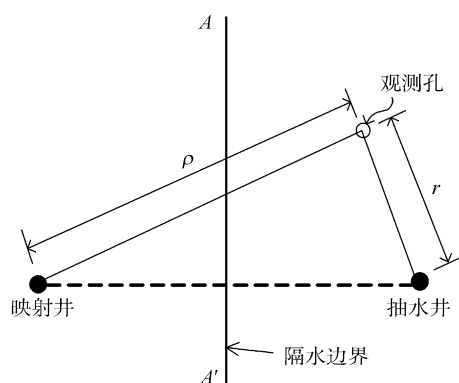


图1 隔水边界条件下井孔布置示意图

Fig.1 The location sketch map of wells with impervious boundary

目前, 分析具有直线隔水边界含水层抽水试验数据的方法主要有三类。一是类似于无限延伸含水层情况下的标准曲线配线法^[1], 这种方法的主要不足之处在于需要预先制作专门的标准曲线, 且在配线的过程中, 人为随意性对参数计算结果精度的影响较大; 二是基于 Cooper-Jacob 简化公式的直线法图解法^[2], 这种方法要求直线隔水边界对降深产生影响前后两个阶段, 各自的半对数曲线 $s-\ln t$ 的直线趋势非常明显, 以便分别量取或计算两直线的斜率和截距。显然, 为了满足这样的要求, 则要求在边界产生影响前后两个阶段的抽水时间都足够长, 在某些情况下, 长时间抽水是不方便的^[3]。此外, 有的学者还指出在某些特定的条件下, 不可能形成第一阶段的直线^[4]; 第三类为利用梯度搜索法求解非线性代数方程组的方法^[3], 在应用这种方法时, 经常会遇到的困难是待求参数初值的选取问题, 如果选取的不当, 在计算过程中就可能出现计算过程不收敛或计算结果不唯一的现象。国外学者 Sushi 在 2002 年提出了一种确定含水层参数和直线隔水边界位置的新方法^[5]。这种方法可避免配线法具有的人为因素对计算结果精度的影响和不需要两个阶段直线完全形成的优点, 然而, 其需要利用特定无量纲时间值附近的降深观测数据来计算含水层参数, 而且还需要绘制特定的曲线, 并从图中确定出该曲线的峰值, 所以, 这种方法在实际应用中也有一定的局限性。此外, 笔者也提出了一种二元线性回归的方法^[6], 其在一定程度上能够弥补前述方法的不足, 但需要进行多元线性回归计算, 而且仅能够分析抽水过程的试验数据。

另一方面, 在有直线隔水边界存在的情况下, 目前仅有分析抽水过程试验数据的方法, 尚未见到同时分析抽水—恢复两个阶段试验数据方法的报

道。因此, 文中提出一种新的在含水层存在直线隔水边界情况下, 同时能够分析抽水—恢复试验数据的方法, 其不仅可以确定含水层参数, 而且在直线隔水边界方向为已知的情况下, 能够确定出含水层边界的位置。且可以消除配线法人为因素对计算结果精度的影响, 也不要求在两个阶段都形成充分的 $s-\ln t$ 直线, 还便于由计算机完成全部计算过程。

1 基本原理

1.1 水位恢复阶段的数据分析

根据影射法和渗流理论中的叠加原理, 描述直线隔水边界附近水位恢复试验降深随时间变化的基本方程为^[7]:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left[W \left(\frac{r^2}{4a(t_p + t')} \right) - W \left(\frac{r^2}{4at'} \right) + W \left(\frac{\rho^2}{4a(t_p + t')} \right) - W \left(\frac{\rho^2}{4at'} \right) \right], \quad (1)$$

式中 Q 为抽水流量, m^3/min ; T 为含水层的导水系数, m^2/min ; r 为观测井到抽水实井间的距离, m ; ρ 为观测井到映射虚井间的距离, m ; t_p 为抽水持续时间, min ; t 为自停抽起水位恢复的时间, min ; a 为含水层的压力传导系数, m^2/min , 其定义式为:

$$a = \frac{T}{S}, \quad (2)$$

其中 S 为含水层的弹性释水系数, 无量纲; $W(u)$ 为 Theis 井函数, 定义式为:

$$W(u) = \int_u^\infty \frac{\exp(-x)}{x} dx, \quad (3)$$

其中 u 为无量纲时间。Theis 井函数可以利用如下无穷级数表示:

$$W(u) = -\ln u - 0.5772 + u - \frac{1}{2 \cdot 2!} u^2 + \frac{1}{3 \cdot 3!} u^3 - \dots \quad (4)$$

保留以上级数展开式中的前三项, 作为井函数的近似表达式, 代入式(1)可得:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left[\ln \frac{2.25a(t_p + t')}{r^2} + \ln \frac{2.25a(t_p + t')}{\rho^2} - \ln \frac{2.25at'}{r^2} - \ln \frac{2.25at'}{\rho^2} + \frac{r^2}{4a(t_p + t')} + \frac{\rho^2}{4a(t_p + t')} - \frac{r^2}{4at'} - \frac{\rho^2}{4at'} \right],$$

经过整理和化简, 上式可写为:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left[2 \ln \left(\frac{t_p + t'}{t'} \right) - \frac{t_p(r^2 + \rho^2)}{4at'(t_p + t')} \right], \quad (5)$$

在上式两端同乘 $\frac{t'}{t_p}(t_p+t')$ 可得:

$$\frac{t'}{t_p}(t_p+t') \cdot s = \frac{Q}{4\pi T} \left[\frac{2t'}{t_p}(t_p+t') \ln \frac{t_p+t'}{t'} - \frac{1}{4a}(r^2+\rho^2) \right], \quad (6)$$

在式(6)中令

$$Y = \frac{t'}{t_p}(t_p+t') \cdot s, \quad (7)$$

$$X = \frac{2t'}{t_p}(t_p+t') \cdot \ln \frac{t_p+t'}{t'}, \quad (8)$$

$$A_1 = \frac{Q}{4\pi T}, \quad (9)$$

$$A_0 = -A_1 \cdot \frac{1}{4a}(r^2+\rho^2), \quad (10)$$

则式(6)可写为:

$$Y = A_0 + A_1 X. \quad (11)$$

显然,在以 Y 为纵坐标, X 为横坐标的直角坐标系中,式(11)代表了自变量为 X ,因变量为 Y 的直线方程.该直线的纵截距和斜率分别为 A_0 和 A_1 .由式(7)和式(8)可知, Y 和 X 均为水位恢复试验数据的函数,直线常数 A_0 和 A_1 中含有欲求的含水层参数和直线隔水边界到观测孔间的距离。

1.2 抽水阶段的数据分析

在抽水阶段,观测孔中的水位降深可表示为^[7]:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left[W\left(\frac{r^2}{4at}\right) + W\left(\frac{\rho^2}{4at}\right) \right], \quad (12)$$

式中 t 为抽水开始持续的时间, min; 其它符号的意义同前。同理,取 Theis 井函数的级数表达式中的前三项作为井函数的近似表达式,则式(12)可以写为:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left[\ln \frac{2.25at}{r^2} + \ln \frac{2.25at}{\rho^2} + \frac{r^2}{4at} + \frac{\rho^2}{4at} \right],$$

经过整理和化简,上式可写为

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \left[2 \ln \frac{2.25a}{r\rho} + 2 \ln t + \frac{1}{4at}(r^2+\rho^2) \right]. \quad (13)$$

根据式(9)和式(10),式(13)可写为:

$$s = 2A_1 \ln \frac{2.25a}{r\rho} + 2A_1 \ln t - \frac{A_0}{t}, \quad (14)$$

式(14)经过整理后可得:

$$(s - 2A_1 \ln t) \cdot t = 2A_1 \cdot t \ln \frac{2.25a}{r\rho} - A_0, \quad (15)$$

在式(15)中令

$$Z = (s - 2A_1 \ln t) \cdot t, \quad (16)$$

$$B_0 = -A_0, \quad (17)$$

$$B_1 = 2A_1 \ln \frac{2.25a}{r\rho}, \quad (18)$$

则式(15)可写为:

$$Z = B_0 + B_1 t. \quad (19)$$

显然,在以 Z 为纵坐标, t 为横坐标的直角坐标系中,式(11)代表了自变量为 t ,因变量为 Z 的直线方程.该直线的纵截距和斜率分别为 B_0 和 B_1 .由式(7)和式(8)可知, Z 和 t 均为抽水阶段试验数据的函数,直线常数 B_0 和 B_1 中含有欲求的参数。

综上所述,将试验观察数据 $s-t$ 和 $s-t'$ 分别转化为 $Y-X$ 和 $Z-t$ 数据,就可以利用直线图解法或一元线性回归法分别计算直线常数 A_0 、 A_1 和 B_0 、 B_1 的值,然后就能够进行如下的参数计算。

1.3 参数计算

由式(17)可知 $B_0 = -A_0$,因此,式(9)、式(10)和式(17)、式(18),4个方程实际上为3个有效方程,而欲估值参数为含水层的导水系数 T 、弹性释水系数 S 和观测孔到映射井间的距离 ρ 3个,所以,能够进行参数计算。为了计算 ρ 和 a 值,联立式(10)和式(18),可建立求解 ρ 的一元二次方程:

$$\rho^2 + B\rho + r^2 = 0, \quad (20)$$

$$\text{其中 } B = \frac{4A_0r}{2.25A_1} \exp\left(\frac{B_1}{2A_1}\right), \quad (21)$$

根据代数学中的一元二次方程的知识,能够得到计算 ρ 的公式为:

$$\rho = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4r^2}}{2},$$

由于 r 小于 ρ ,可以证得上式中的根号前应取正号,则:

$$\rho = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4r^2}}{2}. \quad (22)$$

在求出 ρ 值后,用式(18)推导出含水层的压力传导系数:

$$a = \frac{r\rho}{2.25} \exp\left(\frac{B_1}{2A_1}\right). \quad (23)$$

由式(9)得到含水层的导水系数:

$$T = \frac{Q}{4\pi A_1}. \quad (24)$$

最后,由式(2)得到含水层的弹性释水系数:

$$S = \frac{T}{a}. \quad (25)$$

1.4 方法的适用条件

可以知道,Theis 井函数级数表达式的第3项以后为一交错级数,由交错级数的性质可知,在截断级数时,所产生的截断误差小于截断级数的首项^[7]。我们知道,Cooper-Jacob 直线公式的建立是在式(4)右端的级数中保留了前两项,截断级数的首项为 u ,而以文中的截断方式,截断级数的首项为 $\frac{u^2}{2 \cdot 2!}$ 。

在 Cooper-Jacob 简化条件时,要求无量纲时间 $u \leq 0.01$ 或 $u \leq 0.05^{[7]}$ 。而文中的简化方式,只要要求无量纲时间满足 $u \leq 0.2$ 或 $u \leq 1.0$ 条件,就能达到与 Cooper-Jacob 简化直线公式相同的计算精度。显然,在其它条件相同的情况下,满足条件 $u \leq 0.2$ 或 $u \leq 1.0$ 需要抽水的持续时间,为满足条件 $u \leq 0.01$ 或 $u \leq 0.05$ 要求的 $1/20$ 。因此,文中方法的简化条件比 Cooper-Jacob 简化条件建立的方法更容易得到满足,其适用范围也就更宽。

2 计算步骤与数字算例

为了验证文中方法的可靠性并说明其应用过程,采用数字算例。表1中抽水阶段 $s-t$ 和水位恢复阶段 $s-t$ 数据,是在 $r=30.48$ m、 $\rho=120$ m、 $Q=4.581$ m³/min、 $t_p=960$ min,含水层参数的真值为 $S=0.067$ 和 $T=2.85$ m²/min 情况下计算得到的。现采用文中方法计算含水层参数和映射井到观测孔间的距离。

表1 原始数据与中间计算数据

Table 1 Initial data and intermediate computation data

抽水阶段			水位恢复阶段			
t/min	s/m	Z	t/min	s/m	Y	X
60	0.307	-44.469	60	0.544	34.680	361.235
70	0.319	-53.803	70	0.535	40.181	403.883
80	0.333	-63.104	80	0.526	45.587	444.591
90	0.347	-72.446	90	0.512	50.400	483.670
100	0.361	-81.792	100	0.500	55.208	521.355
110	0.375	-91.116	120	0.477	64.395	593.251
120	0.389	-100.392	180	0.419	89.561	789.091
180	0.460	-156.491	240	0.374	112.200	965.663
240	0.518	-212.410	300	0.338	133.088	1 130.129
300	0.565	-268.550	360	0.309	152.955	1 286.290
360	0.606	-324.303	420	0.285	172.069	1 436.423
420	0.641	-380.228	480	0.265	190.800	1 582.002
480	0.672	-436.075	540	0.248	209.250	1 724.036
540	0.699	-492.287	600	0.233	227.175	1 863.247
600	0.724	-548.168	660	0.220	245.025	2 000.165
660	0.746	-604.569	720	0.208	262.080	2 135.191
720	0.767	-660.448	800	0.194	284.533	2 312.808
840	0.804	-772.591	880	0.182	306.973	2 488.167
960	0.837	-884.098	960	0.171	328.320	2 661.685

结合本算例,文中方法的具体应用步骤为:

2.1 恢复阶段数据的分析计算

a. 利用式(7)和式(8)分别将水位恢复阶段的观测数据 $s-t$ 转化为 $Y-X$ 数据,结果见表1;

b. 应用直线图解法或一元线性回归法分析 $Y-X$ 数据,计算直线常数 A_0 和 A_1 结果为: $A_0=-11.441$ 和 $A_1=0.128 0$,在计算过程中采用了文献[8]中利用 VB 语言编制的一元线性回归计算程序。

2.2 抽水阶段数据的分析计算

a. 利用式(16)将抽水阶段的观测数据 $s-t$ 转化

为 $Z-t$ 数据,结果见表1;

b. 应用直线图解法或一元线性回归法分析 $Z-t$ 数据,计算直线常数 B_0 和 B_1 ,结果为: $B_0=11.549 0$ 和 $B_1=-0.933 2$ 。

理论上讲, B_0 在数值上应和 A_0 相等,但在此有一定的差异,可能是由于计算误差所致,在实际计算时,可采用两者的平均值。

2.3 参数计算

a. 用式(24)计算含水层的导水系数 T ,结果为 $T=2.852$ m²/min;

b. 用式(22)计算影射井到观测孔的距离 ρ ,计算结果为 $\rho=119.052$ m;

c. 用式(23)计算含水层的压力传导系数 a ,计算结果为 $a=41.996$ m²/min;

d. 用式(25)计算含水层的弹性释水系数 S ,计算结果为 $S=0.067 9$ 。

将参数计算结果与其真值进行比较,可以看出计算值与其真值是非常接近的,因此,文中的参数计算方法是可靠的。

3 结语

理论推导与算例验证表明,文中提出的同时分析直线隔水边界含水层中抽水—恢复试验数据,确定含水层参数和观测孔与虚拟映射井间距离的方法是可靠的。与现有方法相比较,它具有:a. 可以消除配线法存在的人为因素对计算结果精度产生的影响;b. 相对传统的直线图解法而言,其应用范围更宽;c. 可以充分利用一次抽水试验过程中的抽水—恢复阶段数据;d. 全部计算过程可以程序化,由计算机完成数据分析工作等优点。

参考文献

- [1] STALLMAN R W. Nonequilibrium type curves modified for two well systems[M]. USGS, Ground Water Note 3, U.S. Department of the Interior, Washington, D. C. 1952.
- [2] BURGESS J. Confined aquifer parameters from a pump test near impermeable boundary [J]. Journal of hydraulic Engineering, 1993, 119(7): 357-367.
- [3] SUSHIL K S. Identifying impervious boundary and aquifer parameters from pump-test data[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2001, 127(4): 280-285.
- [4] SAGEEV A, HOME R N, RAMEY H J. Detection of linear boundaries by drawdown test: A semilog type curve matching approach[J]. Water Resource Research, 1985(21): 305-310.
- [5] SUSHIL K S. Aquifer boundaries and parameter identification simplified[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2002, 128(8): 774-780.
- [6] 郭建青, 郑力, 雷玉平, 等. 分析直线隔水边界附近抽水试验数据的新方法[J]. 工程勘察, 2006(1): 28-31.
- [7] 陈崇希, 林敏. 地下水动力学[M]. 武汉: 中国地质大学出版社, 1999: 126-139.
- [8] 李鸿吉. Visual Basic 6.0 数理统计实用算法[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 582-605.