

矿井水源判别的模糊数学方法

姜长友 (解放军信息工程学院 郑州 450002)

摘要 通过对邢台矿务局五个矿 214 个水样化学分析资料的统计,给出了利用频数统计法和正态分布型函数形成各因素隶属度的方法,求标准参数值和权重值数学模型及水源快速判别模糊综合评判的数学方法。验证结果证明了这种方法的可行性和可靠性。

关键词 矿床充水 地下水源 模糊综合评判

中国图书资料分类法分类号 P641.4 O159

作者简介 姜长友 男 40岁 讲师 数学

1 引言

水害是矿井的主要灾害之一,因此井下涌水水源(包括突水水源)成为科研的重要课题。除根据地质构造分析外,水化学分析的各种方法也是水源分析的有效方法。以往对矿井水化学资料除用来确定水质类型外,也用来人为地确定水的主要来源。由于个人阅历、经验的不同,对水源的判别结果有很大差异,使得判别结果可信度降低。如何根据水化学资料客观、科学、快速地得到判别结果,是本文解决的主要问题。

笔者对河北邢台矿务局葛泉、邢台、东庞、章村、显德矿 1979 年以来的水化学分析资料进行了统计分析,对矿区水中下列指标(离子): pH 值、 Cl^- 、 SO_4^{2-} 、 HCO_3^- 、 Na^+ 、 Ca^{+2} 、 Mg^{+2} 和矿化度进行综合研究,认为可以用来确定水源。如:在阴离子中硫酸根(SO_4^{2-})的含量(摩尔%)绝对高,即 $\text{SO}_4^{2-} > \text{HCO}_3^-$ 且钙(Ca^{+2})含量 $> 25\%$,则该水样主要来自煤层或含石膏($\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$)的岩层(本区统称为奥灰水),这种水的化学类型属 SO_4 -Ca 类型水。在众多的重碳酸型水中,砂岩水属 HCO_3 -Na 类型水,钾(K^+) + 钠

(Na^+) 在阳离子含量上占绝对优势,大约在 $80\% \sim 90\%$ 。底砾岩水属 HCO_3 -Ca · Na 或 HCO_3 -Ca · Mg 类型水,其中阳离子 $\text{K}^+ + \text{Na}^+$ 、 Ca^{+2} 、 Mg^{+2} 的含量均在 $25\% \sim 40\%$ 。奥灰水虽也属 HCO_3 -Ca · Mg 或 HCO_3 -Ca · Na 类型水,但在阳离子 $\text{K}^+ + \text{Na}^+$ 、 Ca^{+2} 、 Mg^{+2} 中, Ca^{+2} 、 Mg^{+2} 离子(摩尔%)占相对的优势。不同的水源补给, pH 值和矿化度也有变化。总之,用离子水化学分析资料,可判别矿井水的补给源。但是,在进行矿井水判别时,由于各含水层水质界限往往不明显,具有一定的模糊性,很难根据单个离子评价的结果加以判别。有时,同一层位的不同水点会得出不同的评价结果,而对受几个含水层影响的水点,传统的水化学评价方法很难定量的区分不同水源的影响程度,甚至对水质相近的水源连定性区分也很困难。

模糊数学自 1965 年创始以来,虽历时不长,但发展迅速,尤其是伴随计算机科学的发展,它可以解决许多“确定性数学”和“随机数学”所不能解决的问题。它对描述和处理诸如上述水源判别这种具有模糊性事件有较大的优越性。模糊综合评判是一种应用模糊数学原理对多种因素所影响的事物或现象进行综

合评价的方法。它是通过模糊变换完成的。其原理为:

$$A \circ R = B$$

其中“ $\circ$ ”称为模糊合成运算。

2 数学模型

(1) 设评价集合为 $U = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$, 其中 a_i 表示第 i 个含水层。

因素集合为: $V_k = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} (k=1, 2, \dots, m)$, 其中 k 为含水层的个数, n 为参加水源判别的因素个数。

(2) 由于各因素(离子)属于各含水层的程度是不同的, 为此, 给出各因素对每个含水层的权重值, 记为:

$$E = \{e_{k1}, e_{k2}, \dots, e_{kn}\}$$

($k=1, 2, \dots, m$), 它是 V_k 上的一个模糊子集。

式中: $e_{ki} \geq 0$ 且 $\sum_{i=1}^n e_{ki} = 1$,

$$e_{ki} = \frac{x_{ki}}{Q_{ki}} / \sum_{k=1}^m \frac{x_{ki}}{a_{ki}}$$

($k=1, 2, \dots, m; i=1, 2, \dots, n$);

x_{ki} ——第 i 个因素第 k 个含水层的实测值;

a_{ki} ——第 i 个因素第 k 个含水层的统计平均值;

$$a_{ki} = \sum_{p=1}^N x_{kip} / N;$$

N 为水样个数 ($k=1, 2, \dots, m; i=1, 2, \dots, n$)。对每个矿井得到标准权重值矩阵 E :

$$E = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & \dots & e_{1n} \\ e_{21} & e_{22} & \dots & e_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_{m1} & e_{m2} & \dots & e_{mn} \end{bmatrix}$$

(3) 设第 i 个因素(离子) x_i 对第 k 个含水层的评价为: $R_k = \{r_{ki}\}$, 它是 U 上的一个模糊子集。其中 r_{ki} 表示第 i 个因素的评价对 k 个含水层的隶属度。由下列隶属函数计算。

$$1) \quad \mu_{R_k}(x_{ki}) = e^{-\frac{1}{2} \frac{(x_{ki} - a_{ki})^2}{b_{ki}^2}}$$

式中: x_{ki} ——实测值;

b_{ki} ——第 i 个因素对第 k 个含水层的标准差, ($k=1, 2, \dots, m; i=1, 2, \dots, n$)。

$$b_{ki} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{p=1}^N (x_{kip} - a_{ki})^2}$$

2) 利用统计方法得到:

$$\mu_{R_k}(x_{ki}) = \frac{x_{ki} \in A_{ki}^* \text{ 的次数}}{\text{历年来水样总数}}$$

式中: A_{ki}^* ——第 i 个因素对应第 k 个含水层的模糊区间 ($k=1, 2, \dots, m; i=1, 2, \dots, n$)。

不同的矿井选用不同的模型, 无论利用哪个模型, 对每一个水样均得到一个模糊关系矩阵:

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} \tilde{r}_{11} & \tilde{r}_{12} & \dots & \tilde{r}_{1n} \\ \tilde{r}_{21} & \tilde{r}_{22} & \dots & \tilde{r}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{r}_{m1} & \tilde{r}_{m2} & \dots & \tilde{r}_{mn} \end{bmatrix}$$

(4) 对上述求得的 E, R 应用模糊合成运算“ $\circ$ ”即:

$$E \circ \tilde{R} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & \dots & e_{1n} \\ e_{21} & e_{22} & \dots & e_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_{m1} & e_{m2} & \dots & e_{mn} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \tilde{r}_{11} & \tilde{r}_{12} & \dots & \tilde{r}_{1n} \\ \tilde{r}_{21} & \tilde{r}_{22} & \dots & \tilde{r}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{r}_{m1} & \tilde{r}_{m2} & \dots & \tilde{r}_{mn} \end{bmatrix} = B$$

其中 B 为一行 m 列矩阵, 归一化得:

$$\tilde{B} = \{\tilde{b}_1, \tilde{b}_2, \dots, \tilde{b}_m\}$$

$\tilde{b}_k$ 为该水样属于各含水层的程度 ($k=1, 2, \dots, m$), 再根据最大隶属原则, 若

$$\tilde{b}_1 = \max_{i=1}^m \{\tilde{b}_i\}$$

则该水样水源补给主要来自第 1 含水层。

模糊合成运算有几类模型可供选择:

$$M(\odot, \vee): \tilde{b}_k = \bigvee_{i=1}^n e_{ki} \odot \tilde{r}_{ki};$$

$$M(\wedge, \oplus): \tilde{b}_k = \sum_{i=1}^n e_{ki} \wedge \tilde{r}_{ki};$$

$$M(\odot, \oplus): \tilde{b}_k = \sum_{i=1}^n e_{ki} \odot \tilde{r}_{ki};$$

$$M(\wedge, \vee): \tilde{b}_k = \bigvee_{i=1}^n e_{ki} \wedge \tilde{r}_{ki};$$

由于 $M(\odot, \vee)$ 和 $M(\wedge, \vee)$ 丢失信息

过多,所以,文中根据不同矿井采用 $M(\wedge, \oplus)$ 和 $M(\odot, \oplus)$ 模型判别结果。

3 模型的应用

利用上述数学模型,对葛泉、邢台、东庞、显德、章村等5个矿1979年以来的214个水样水化学分析资料进行计算,首先算出各矿 a_{ki} 、 b_{ki} 的标准参数值,水样各因素(离子)属不同含水层的模糊区间 A_{ki}^* 及对应 A_{ki}^* 的 $\mu_{Rk}(x_{ki})$ 和水样各因素属不同含水层的权重值。利用这些标准参数值对各矿的水样数据进行了验证,结果是令人满意的。对新采集水样计算的结果,受到专家的认可。这说明文中的数学模型,对解决这个问题是可行的,得到的各矿标准参数值是正确的。

邢台煤矿属于邢台矿区第Ⅲ勘探区,该矿煤炭储量丰富,煤质好。为了防治水患,历年来不断从不同地点采集水样进行水化学分析,用以确定水的主要来源,对井下涌水进行监测。

1979年以来共采集水样67个,通过化学分析得到各离子摩尔百分数和pH值,代入数学模型中首先得到 A_{ki}^* 、 $\mu_{Rk}(x_{ki})$ 标准参数值(见表1)和各因素(离子)对不同含水层的权重值矩阵 E 。

$$E =$$

0.147	0.250	0.272	0.203	0.072	0.654	0.332
0.176	0.268	0.119	0.137	0.266	0.020	0.030
0.174	0.058	0.083	0.211	0.173	0.021	0.055
0.166	0.072	0.212	0.157	0.083	0.110	0.122
0.158	0.095	0.153	0.160	0.075	0.178	0.428
0.179	0.257	0.160	0.132	0.332	0.017	0.033

该矿1990年6月27日从DG₁₄7#煤底板采集的水样水化学分析原始数据见表2。

首先将表2中的数据进行预处理:

$$x_{ki} = x_{ki}^{(0)} / 10$$

$$(k=1, 2, \dots, 6; i=1, 2, \dots, 8)$$

代入给定的隶属函数 $\mu_{Rk}(x_{ki})$ 中计算出各因素对各不同含水层的隶属度,得到模糊关系

表1 A_{ki}^* 、 $\mu_{Rk}(x_{ki})$ 标准参数值

含水层	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
pH	0.760	0.710	0.730	0.730	0.790	0.730
	0.970	0.790	0.790	0.860	0.880	0.745
	0.612	0.776	0.731	0.910	0.239	1.239
Cl ⁻	0.446	0.173	1.375	0.811	0.613	0.435
	0.644	0.879	2.643	2.696	2.819	0.581
	0.328	0.478	0.448	0.552	0.642	0.239
SO ₄ ²⁻	0.575	1.072	1.382	0.116	0.704	0.921
	0.660	1.800	2.924	1.552	2.208	1.208
	0.045	0.478	0.433	0.761	0.761	0.224
HCO ₃ ⁻	3.952	7.754	4.319	5.271	6.353	8.211
	6.887	8.600	6.113	8.904	7.562	8.547
	0.448	0.388	0.284	0.836	0.269	0.149
Na ⁺	9.506	1.077	2.988	5.821	8.322	1.300
	9.851	4.798	4.891	9.781	9.839	3.485
	0.164	0.552	0.373	0.373	0.284	0.373
Ca ⁺²	0.110	3.065	3.855	0.027	0.114	4.762
	0.180	6.593	5.397	2.144	1.297	6.000
	0.090	0.597	0.448	0.403	0.313	0.313
Mg ⁺²	0.149	2.063	1.062	0.145	0.013	1.747
	0.332	2.958	1.767	1.958	0.493	2.700
	0.119	0.343	0.269	0.597	0.239	0.269

注: a_1 —“伏青水”, a_2 —“大青水”, a_3 —“底砾岩水”,
 a_4 —“砂岩水”, a_5 —“野青水”, a_6 —“奥灰水”。

表2 水样原始数据 毫摩尔%

因素	pH	Cl ⁻	SO ₄ ²⁻	HCO ₃ ⁻	Na ⁺	Ca ⁺²	Mg ⁺²
X ₁ ⁽⁰⁾	7.80	8.11	4.32	87.57	87.57	9.55	2.88

矩阵 R 。

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} 0.612 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.119 \\ 0.776 & 0.478 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.731 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.910 & 0.552 & 0.761 & 0.836 & 0.373 & 0.403 & 0.597 \\ 0.000 & 0.642 & 0.000 & 0.000 & 0.284 & 0.313 & 0.239 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \end{bmatrix}$$

对 $\tilde{R}$ 与 E 利用模糊合成运算 $M(\wedge, \oplus)$:

$$\tilde{b}_k = \sum_{i=1}^n e_{ki} \wedge \tilde{r}_{ki}, \text{得:}$$

$$E \circ R =$$

0.147	0.250	0.272	0.203	0.072	0.654	0.332
0.176	0.268	0.119	0.137	0.266	0.020	0.030
0.174	0.058	0.083	0.211	0.173	0.021	0.055
0.166	0.072	0.212	0.157	0.083	0.110	0.122
0.158	0.095	0.153	0.160	0.075	0.178	0.428
0.179	0.257	0.160	0.132	0.332	0.017	0.033

0.612	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.119
0.776	0.478	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.731	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.910	0.552	0.761	0.836	0.373	0.403	0.597
0.000	0.642	0.000	0.000	0.284	0.313	0.239
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

$\Delta\{0.1114, 0.1857, 0.0729, 0.3853, 0.2448, 0.0000\} = B$

其中“ Δ ”表示归一化的结果。根据最大隶属原则, $b_4 = 0.3853$ 为最大, 该水样主要为 a_4 层水, 即底板砂岩水。

同理, 对 67 个水样按 $M(\wedge, \oplus)$ 模型进行模糊综合评判结果是符合实际的。其部分结果见表 3。

在上述研究的基础上, 完成了矿井水源快速判别的计算机管理系统。该系统与“Ⅰ型水质连测仪”一同完成水样主要补给源的快速判别。

本文在成文过程中, 得到了何树春副教授和邢台矿务局地测处李彩惠工程师的大力协助, 在此一并表示谢意。

参考文献

- 1 吴望名等. 应用模糊集方法. 北京大学出版社, 1985
- 2 张俊福等. 应用模糊数学. 北京: 地质出版社, 1988
- 3 陈兆炎等. 煤田水文地质学. 北京: 煤炭工业出版社, 1989

(收稿日期 1994-12-01)

表 3 部分水样评判结果

水样	评 价 集						评判结果
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	
1	0.4012	0.1162	0.0000	0.2287	0.2539	0.0000	伏青水
2	0.3284	0.0951	0.0748	0.2427	0.1743	0.0847	伏青水
3	0.3139	0.1507	0.0591	0.2601	0.1351	0.0810	伏青水
4	0.1570	0.4021	0.1019	0.1275	0.0604	0.1511	大青水
5	0.0832	0.3385	0.0651	0.1781	0.0509	0.2842	大青水
6	0.0610	0.4213	0.1528	0.2216	0.0633	0.0800	大青水
7	0.0935	0.3803	0.1301	0.2001	0.0571	0.1389	大青水
8	0.0000	0.4154	0.1139	0.2185	0.0624	0.1898	大青水
9	0.1258	0.3220	0.1432	0.1694	0.0484	0.1912	大青水
10	0.1285	0.3289	0.1193	0.1730	0.0494	0.2009	大青水
11	0.0000	0.5675	0.0465	0.0874	0.0853	0.2133	大青水
12	0.0831	0.1288	0.3165	0.2978	0.1009	0.0729	底砾水
13	0.0831	0.1288	0.3165	0.2978	0.1009	0.0729	底砾水
14	0.1306	0.2165	0.2889	0.2718	0.0921	0.0000	底砾水
15	0.1306	0.2165	0.2889	0.2718	0.0921	0.0000	底砾水
16	0.1378	0.1815	0.3047	0.1417	0.0971	0.1372	底砾水
17	0.0780	0.1770	0.2972	0.1382	0.0948	0.2149	底砾水
18	0.0849	0.1926	0.3234	0.1503	0.1031	0.1457	底砾水
19	0.1378	0.1815	0.3047	0.1417	0.0971	0.1372	底砾水
20	0.0000	0.1746	0.1598	0.5135	0.0526	0.0994	砂岩水
21	0.0000	0.1644	0.1220	0.4838	0.0496	0.1802	砂岩水
22	0.1655	0.0000	0.0284	0.4512	0.3549	0.0000	砂岩水
23	0.1349	0.0000	0.0000	0.4033	0.4618	0.0000	砂岩水
24	0.1523	0.0000	0.0262	0.4150	0.4065	0.0000	砂岩水
25	0.1890	0.0643	0.0313	0.4971	0.2183	0.0000	砂岩水
26	0.1114	0.1857	0.0729	0.3853	0.2448	0.0000	砂岩水
27	0.1345	0.0677	0.0669	0.3260	0.4050	0.0000	野青水
28	0.0674	0.0000	0.0266	0.4224	0.4836	0.0000	野青水
29	0.0901	0.1103	0.0000	0.2993	0.4344	0.0660	野青水
30	0.1040	0.1274	0.0000	0.2669	0.5017	0.0000	野青水
31	0.2094	0.0000	0.0000	0.2933	0.4318	0.0656	野青水
32	0.2838	0.0999	0.0310	0.1919	0.3934	0.0000	野青水
33	0.0000	0.2716	0.1325	0.2059	0.0478	0.3421	奥灰水
34	0.0806	0.2893	0.0563	0.1724	0.0492	0.3522	奥灰水
35	0.0776	0.3156	0.0542	0.1660	0.0474	0.3391	奥灰水
36	0.0806	0.2893	0.0563	0.1724	0.0492	0.3522	奥灰水

A FUZZY MATH METHOD OF DETECTING WATER SOURCES IN COAL MINES

Jiang Changyou (PLA Information Engineering Institute)

Abstract Based on a statistical analysis of the chemical analysis data on 214 water samples from five coal mines in Xingtai, this paper presents the ways of forming subordinate degrees by means of the frequency statistical analysis and the normal distribution function, the math models which are used to work out values of standard parameter and weight and the fuzzy math method of detecting and evaluating water sources. Test results from the 214 water samples show that the method is both practicable reliable.

Keywords watered ore deposits; ground water sources; fuzzy comprehensive evaluation