

大回线法瞬变电磁测深正演计算

西安地质学院物探系 方文藻 李予国

近年来, 瞬变电磁测深法在我国发展很快, 并开始取得实际效果。但是其资料解释水平较低, 因而研究一种便于推广使用的定量解释方法以提高资料解释水平, 这在理论与实践上都很意义。朴化荣等人利用 G-S 算法完成了电偶极源瞬变测深正演计算, 但该方法要求计算机字长较长, 不宜推广使用。本文利用安德森等人⁽³⁾提出的线性数字滤波法计算了大回线法瞬变测深响应曲线, 在实际计算中采用三次样条函数法, 使得对核函数的抽样次数大大减少, 并对核函数做了适当变形, 从而加快了计算速度, 使瞬变测深正演计算可以在微机上得以实现。

1 瞬变电磁测深正演公式

1.1 频率测深正演公式

如图 1 所示, 对于水平层状介质引入柱坐标系。在半径为 a 的圆形线圈发射谐波电流激发下, 地表面的赫兹势取下列形式⁽²⁾:

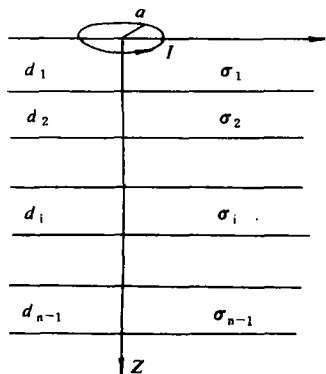


图 1 瞬变测深地电断面

$$F_0 = I_0 a \int_0^{\infty} \frac{N_0}{N_0 + Y_1} \frac{J_1(\lambda a)}{\lambda} J_0(\lambda r) d\lambda \quad \cdots (1)$$

式中: $N_0 = \lambda / j \omega \mu_0$, Y_1 由下列递推公式推得:

$$Y_n = N_n$$

$$Y_i = N_i \frac{N_{i+1} + N_i \operatorname{th}(u_i d_i)}{N_i + N_{i+1} \operatorname{th}(u_i d_i)} \quad \cdots \cdots \cdots (2)$$

$$N_i = u_i / j \omega \mu_0$$

这里 $i = 1, 2, \cdots, n-1$;

$$u_i = \sqrt{\lambda^2 - j \omega \mu_0 \sigma_i}$$

由(1)式得到频率域响应为:

$$\dot{B}_z(\omega) = -j \omega \mu_0 I_0 a \int_0^{\infty} \frac{N_0}{N_0 + Y_1} \lambda J_1(\lambda a) J_0(\lambda r) d\lambda \quad \cdots \cdots \cdots (3)$$

式中: $\dot{B}_z(\omega) = \partial B_z(\omega) / \partial t$ 。

在(3)式中令 $r = 0$, 由于 $J_0(0) = 1$, 即得到中心回线法频率测深响应为

$$\dot{B}_z(\omega) = -j \omega \mu_0 I_0 a \int_0^{\infty} \frac{N_0}{N_0 + Y_1} \lambda J_1(\lambda a) d\lambda \quad \cdots \cdots \cdots (4)$$

1.2 瞬变测深正演表达式

根据频谱分析理论, 谐变电流条件下的场量 $F(\omega)$ 与阶跃电流条件下的场量 $f(t)$ 的关系为

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{F(\omega)}{-j\omega} e^{-j\omega t} d\omega \dots\dots\dots(5)$$

于是, 阶跃电流激发的瞬变响应为

$$\dot{B}_z(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [\mu_0 I_0 a \int_0^\infty \frac{N_0}{N_0 + Y_1} \lambda J_1(\lambda a) d\lambda] e^{-j\omega t} d\omega \dots\dots\dots(6)$$

式中: $\dot{B}_z(t) = \partial B_z(t) / \partial t$ 。

根据电磁场实、虚分量的奇偶性^{〔1〕}, (6) 式可简化为

$$\dot{B}_z(t) = \frac{4}{\pi \sigma_1 a^2} \int_0^\infty R_e[I_0 a \int_0^\infty \frac{N_0}{N_0 + Y_1} \lambda J_1(\lambda a) d\lambda] \cos(bt) db \dots\dots\dots(7)$$

式中: $b = \sigma_1 N_0 \omega a^2 / 2$

归一频率

$T = 2t / \sigma_1 \mu_0 a^2$

归一时间

令 $R_e[H_z(b)] = R_e[I_0 a \int_0^\infty \frac{N_0}{N_0 + Y_1} \lambda J_1(\lambda a) d\lambda] \dots\dots\dots(8)$

则 $\dot{B}_z(t) = \frac{4}{\pi \sigma_1 a^2} \int_0^\infty R_e[H_z(b)] \cos(bT) db \dots\dots\dots(9)$

2 瞬变测深电磁响应的数值计算

由 (7)、(9) 式可知, $\dot{B}_z(t)$ 表示为一双重积分, 其中内层积分为汉克尔型积分, 外层积分为余弦积分。我们利用线性数字滤波法计算该积分。

2.1 线性数字滤波法简述

我们考虑积分 $f(b) = \int_0^\infty k(\lambda) J_1(\lambda b) d\lambda \quad b > 0 \dots\dots\dots(10)$

为了求得汉克尔变换的滤波权系数, 令 $x = \ln b$, $y = \ln(1/\lambda)$, 代入 (10) 式并在等式两边同乘以 e^x 得

$$e^x f(e^x) = \int_{-\infty}^{+\infty} k(e^{-y}) [e^{x-y} J_1(e^{x-y})] dy \dots\dots\dots(11)$$

或 $e^x f(e^x) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(e^{-x}) [e^x J_1(e^x)]$

该式具有线性褶积积分的形式, 其中 $k(e^{-x})$ 为输入函数, $e^x f(e^x)$ 为输出函数, 中括号中的项称为滤波响应项。根据褶积理论, 滤波响应可由已知的输入-输出函数对决定。据前人的经验^{〔3〕}, 该函数对的正确选择是获得高精度滤波的关键。使用快速衰减的输入输出函数对计算的滤波系数能够精确计算大量的汉克尔变换。安德森选择的最优输入输出函数对为

$$\int_0^\infty \lambda^2 \exp(-a\lambda^2) J_1(\lambda b) d\lambda = b \exp(-b^2/4a) / (2a)^2 \quad (a > 0, b > 0) \dots\dots\dots(12)$$

根据傅里叶变换理论, 方程 (11) 中的褶积等价于变换域中的乘积, 即

$$F(s) = K(s)H(s) \dots\dots\dots(13)$$

因此, 滤波响应谱为

$$H(s) = F(s) / K(s) \cdots \cdots (14)$$

这里, $F(s)$ 、 $K(s)$ 分别为 $e^x f(e^x)$ 、 $k(e^x)$ 的傅里叶变换。

我们把 (12) 式中的输入输出函数改写成方程 (11) 中的形式, 然后在横坐标轴上, 由小到大以相同的采样间隔离散输入输出函数, 利用傅里叶变换求得输入函数和输出函数的谱, 由 (14) 式得到滤波响应谱, 再对其进行傅里叶反变换即得到滤波权系数。

求得滤波权系数后, (10) 式的积分变为

$$f(b) = \left\{ \sum_{i=N_1}^{N_2} \omega_i k[\exp(A_i - x)] \right\} / b \cdots \cdots (15)$$

式中: ω_i 为汉克尔变换的滤波权系数, $A_i - x$ 为移动的横坐标, N_1 、 N_2 的大小与被积函数的性质和误差有关。

对于余弦变换:

$$f(g) = \int_0^\infty F(g) \cos(gb) dg \cdots \cdots (16)$$

选择函数对 [4]

$$\int_0^\infty \exp(-a^2 g^2) \cos(gb) dg = \sqrt{\pi} \exp(-b^2 / 4a^2) / 2a \cdots \cdots (17)$$

同样可得到

$$f(b) = \left\{ \sum_{i=N_1}^{N_2} C_i F[\exp(A_i - x)] \right\} / b \cdots \cdots (18)$$

式中: C_i 为余弦变换的滤波权系数, 其余参数意义同 (15) 式。

2.2 算法实现

实际计算中, 为了保证 (18) 式积分的收敛性和减少褶积计算次数, 将其变形成

$$H_z(b) = I_0 a \int_0^\infty \left(\frac{N_0}{N_0 + Y_1} - \frac{1}{2} \right) \lambda J_1(\lambda a) d\lambda + \frac{1}{2} J_0 a \int_0^\infty \lambda J_1(\lambda a) d\lambda \cdots \cdots (19)$$

我们知道, 半径为 a 的圆形发射线圈, 当通入电流 I_0 时, 在其中心产生的一次场为

$$H_z^0 = \frac{1}{2} I_0 a \int_0^\infty \lambda J_1(\lambda a) d\lambda = \frac{I_0}{2a} \cdots \cdots (20)$$

因有

$$\frac{H_z(b)}{H_z^0} = 1 + 2a^2 \int_0^\infty \left(\frac{N_0}{N_0 + Y_1} - \frac{1}{2} \right) \lambda J_1(\lambda a) d\lambda \cdots \cdots (21)$$

于是

$$\dot{B}_z(t) = \frac{2I_0}{\pi \sigma_1 a^3} \int_0^\infty \text{Re}[H_z(b) / H_z^0] \cos(bt) db \cdots \cdots (22)$$

在 (22) 式的褶积计算过程中, 如果直接计算 (21) 式, 将需要很大的计算量, 这给计算速度带来影响。因此, 将三次样条函数法引入计算中, 以便提高计算速度。即先利用线性数字滤波法计算出足够数量的 $\text{Re}(H_z(b) / H_z^0)$ 值, 在计算 (22) 式时, 利用三次样条插值求出所需的核函数值, 代替用线性滤波法直接计算归一化实函数 $\text{Re}(H_z(b) / H_z^0)$ 。这使得计算速度很快, 在宇宙 68 机上计算一条响应曲线约需 2~3 分钟。

2.3 精度验证

为了检验上述理论和计算方法的正确性, 用上述计算方法计算了中心回线法二层断面

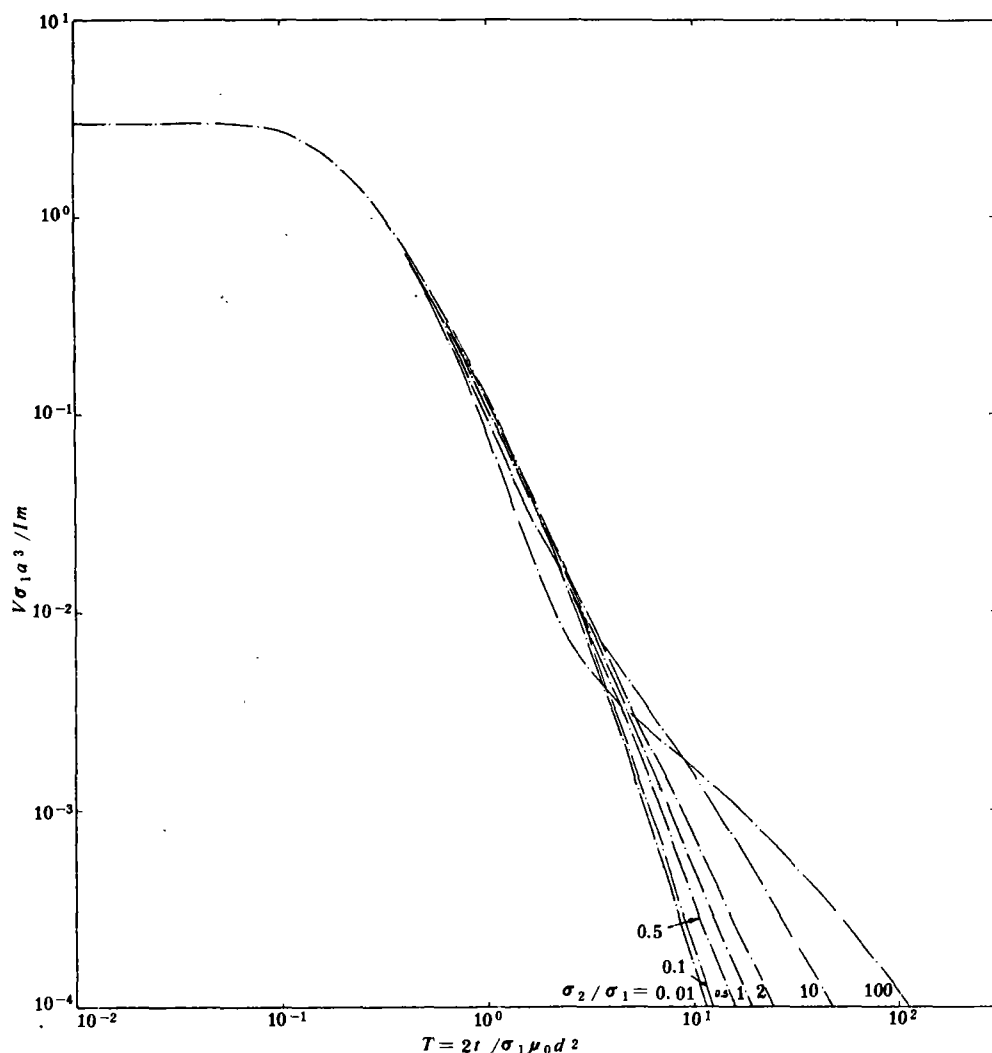


图 2 二层介质上的 TEM 电压响应
磁场时间导数瞬变响应曲线(图 2)。这组曲线与 Speies⁽⁵⁾ 计算的曲线完全吻合。

3 视电阻率定义及算例

当测量磁场垂直分量对时间导数 $\dot{B}_z(t)$ 时, 有下列视电阻率定义式

$$\rho_\tau = \frac{\mu_0}{4\pi t} \left(\frac{2\mu_0 M}{5t \dot{B}_z} \right)^{\frac{2}{3}} \dots\dots\dots (23)$$

式中: M 为发射线圈的磁矩。

把求得的 $\dot{B}_z(t)$ 代入上式, 即可得到 ρ_τ 响应。利用上述方法, 计算了二层和三层地电断面的视电阻率响应曲线 (图 3、图 4)。

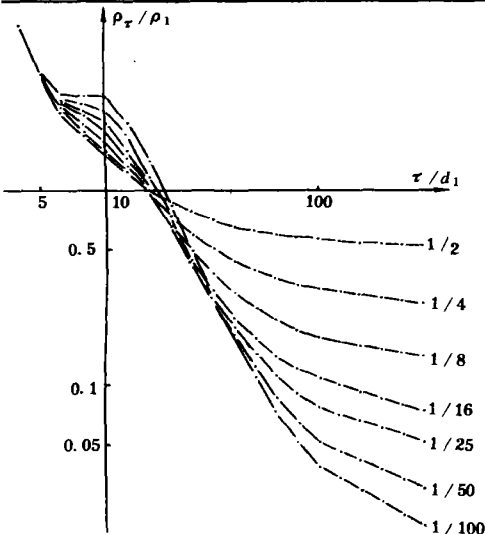


图 3 二层 D 型视电阻率曲线($a/d_1=1/2$)

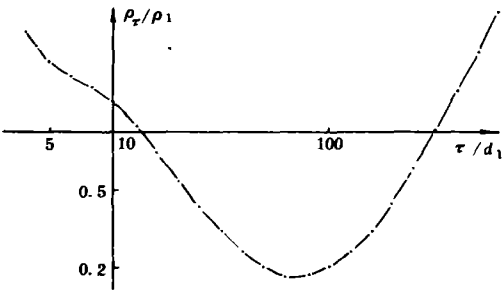


图 4 三层 H 型视电阻率曲线 $B_2 = \frac{1}{10} - 2 - 2000$

* * *

在收集资料过程中，曾得到长春地质学院朴化荣教授、中南工大温佩琳教授和牛之珪副教授的大力帮助，在此深表谢意。

参考文献

[1]A.A.考夫曼, G.V.凯勒; 频率域和时间域电磁测深, 王建谋译, 地质出版社, 1987。
[2]James,R. Wait, *Geo-Electromagnetism*, Academic Press, 1982.
[3]Walter,L. Anderson, Numerical integration of related Hankel transforms of orders 0 and 1 by adaptive digital filtering, *Geophysics*, Vol. 44, No. 7.
[4]Gregory, A. Newman, Geraald, W. Holmann, and Walter, L. Anderson, Transient electromagnetic response of a three-dimensional body in a layered earth, *Geophysics*, Vol. 51, No.8.
[5]Brian,R. Speies, Depth of investigation in electromagnetic sounding methods, *Geophysics*, Vol.54, No.7.

(上接 55 页)

以上提供的四处，其病害影响范围可至路基外侧钢轨下，是急需处理部位。

b. 较重病害段(304.778km 至 304.783km 段)。由于施工中受地物限制，探测范围未及外侧钢轨下，不能确定病害涉及范围，但该段也亟待处理。

c. 轻度病害段（小冲坑、洞穴或碴石充填物）。资料反映特征：视电阻率较高，(低于病害严重段，曲线呈高低交错反映)。有 5 处。这些段点，短期内不会形成大的病害危及行车安全，可做为今后雨季防范对象。

3.2 效果

6 月 5~7 日施工地区连续降了大~暴雨，造成了对病害部位的严重冲刷，经实地勘察，推断解释的严重病害部位已不同程度地出现塌坑、洞穴或道碴下泄，经核查与提

供资料基本相等，路方施工工区正在进行控制和抢修处理。提供的轻级病害段、点，除个别处外，也均出现小塌坑和冲洞。

4 结 论

a. 运用电法勘探技术勘查路基病害是可行的，对较大病害资料反映明显，轻级病害控制次之，但通过资料分析解释提供今后防范范围，有利于病害防治。

b. 由于对铁路路基勘查施工尚属首次，在方法和技术参数选择上尚存在不完善之处，尤其对资料的解释因缺乏对已知情况充分对比的基础，还未完全掌握其物性变化规律和特征。

c. 病害洞穴的发育状况、深度控制是处理和防治病害的关键之一，只要适当增加方法和参数，基本上是可以解决的。