

文章编号: 1001-1986(2007)02-0063-03

复杂 3D 瞬变电磁场 FDTD 模拟中需要解决的问题

闫 述, 傅 俏, 王 刚, 曾雪枝

(江苏大学计算机科学与通信工程学院, 江苏 镇江 212013)

摘要: 为了实现缓变瞬态电磁场的时域有限差分(FDTD)模拟, 引入了虚拟位移电流, 使 FDTD 随时间步的递推能够进行。在以往较简单模型的计算中, 利用时域瞬变场传播需要时间的性质, 可将激励源化为初始条件代入, 但是对于复杂 3D 模型, 原有的方法不再适用, 应当重新考虑源和边界条件的处理方法。由于实际源带有“斜坡”, 故可采取将激励源模拟注入的方式; 地下边界根据电磁波在导电媒质中快速衰减的特性设定, 将改进的完全匹配层用于空中边界。分析表明, 对于由空中和地下区域非均匀网格离散引起的时间稳定性问题, 交替方向隐式 FDTD 是可行的解决办法。

关键词: 瞬态电磁场法; 时域有限差分算法; 虚拟位移电流; 激励源; 边界条件

中图分类号: P631.325 **文献标识码:** A

Problems to deal with in FDTD computation of the complex 3D models for transient electromagnetic field

YAN Shu, FU Qiao, WANG Gang, ZENG Xue-zhi

(College of Computer Science and Communication Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: In order to realize time domain difference method (FDTD) modeling in slowly varying transient electromagnetic fields, we introduce the virtual displacement current that lets FDTD iteration carried out with time step. For the quite simple model, propagation of the field in time domain needs time, which can be used to transform exciting source into the initial conditions. However, the previous method is no longer suitable for calculating the complex 3D model and the source and the boundary condition should be reconsidered. The exciting source can be injected practically due to its “slope form”. The subsurface boundary condition is determined by behavior that electromagnetic waves attenuated in the earth, and the modified perfect match layer is for air boundary. The analysis show that the alternating direction implicit FDTD is a viable approach to time stability problem brought by uniform grids in the air and the earth.

Key words: transient electromagnetic field method; time domain finite difference method; virtual displacement current; exciting source; boundary conditions

瞬态电磁场(TEM)法由于施工效率高、适应性强、在工程和环境地质勘探中的应用越来越广泛。特别是该方法对低阻体敏感, 在中国东部煤田进入深部开采、防治水形势日益严峻的情况下, 已成为煤田水文地质勘探的首选方法。随着 TEM 方法在国内外的推广应用, 与之相关的时域数值分析也迅速发展起来。其中时域有限差分(FDTD)算法直接模拟概括电磁场基本规律的时域 Maxwell 方程, 不需要导出任何方程(保持 Maxwell 旋度方程中的时间变量, 不经变换直接在时间域—空间域中求解), 避免了使用更多的数学工具(只用了微商的差商近似), 是所有电磁场计算方法中最简单的一种, 能解决广泛而复杂的问题。FDTD 算法在无线通信领域的

应用中获得了很大的成功。在地球物理领域中, Oristaglio 和 Hohmann^[1]于 1984 年用显式差分实现了二维(2D)线源直接时域模拟, Wang 和 Hohmann^[2]在 1993 年实现了显式三维(3D) FDTD 模拟。这些成果提供了 TEM 场与地下异常体相互作用的清晰图像, 形象地模拟了场在地下随时间传播的过程, 为分析 TEM 场的响应提供了强有力的工具^[3]。但是, 当要计算更复杂的模型时, 如地形起伏的情况, 分层大地、断层等等, 需要重新考虑对源和边界条件的处理方法, 以便使 FDTD 方法能完成更实际的仿真模拟, 进一步提高 TEM 的探测精度和解释水平。

复杂 3D 模拟中要解决的主要问题是激励源的引入、开放域边界条件的确定、亚网格技术等。当

收高日期: 2006-07-10

基金项目: 国家自然科学基金(40374052), 江苏大学高级人才科研自动基金(05JDC054)

作者简介: 闫 述(1953—), 女, 天津人, 博士, 研究员, 从事电磁法勘探、计算电磁学、电磁场与微波技术的教学与研究工作。

然,FDTD 对于似稳瞬变电磁场模拟的有效性首先需要确认。

1 FDTD 在似稳场模拟中的有效性

在中深度地球物理勘探中,为了得到较大的探测深度,采用了较长的观测时窗,其中第一道观测时间往往已是 μm 或 ms 量级。在这种情况下,瞬态场已为似稳场,大地中的位移电流和传导电流相比,可以忽略不计,其 Maxwell 方程组具有如下的形式:

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{j}(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = 0, \quad (4)$$

媒质的电磁特性方程为:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu(\mathbf{r}) \mathbf{H}(\mathbf{r}, t), \quad (5)$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \sigma(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad (6)$$

式中 $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ 、 $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ 和 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ 分别为磁感应强度、磁场强度和电场强度; $\sigma(\mathbf{r})$ 和 $\mu(\mathbf{r})$ 分别为大地的电导率和磁导率; $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ 为传导电流密度。

方程(1)–(4)并不是完全独立的,事实上,对(1)式取散度并考虑 $\nabla \cdot \mathbf{B}$ 的初始条件则有(3)式,取(2)式的散度则有(4)式。

FDTD 直接对微分形式 Maxwell 方程的旋度方程进行差分离散。在具体的数值计算中,式(3)必须被显式地加入进去,否则会导致晚期计算结果不正确。关于这一点可以取稳恒电流场的极限情况来说明,在此情况下

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (7)$$

现在,(3)式不可能由(7)式导出。由于任意梯度场都可以加到 \mathbf{H} 上而不违背公式(2),其结果就是磁场不是唯一的,因此静态限制方程式(3)是必要的。随着时间的推移,场越发接近恒稳电流场,就越需要有此限制。方程(3)意味着磁场 \mathbf{B} 的 3 个分量中只有 2 个是相互独立的,其余分量可由公式(3)导出。将方程(1)、(3)结合后有:

$$-\frac{\partial B_x}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}, \quad (8)$$

$$-\frac{\partial B_y}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{\partial B_x}{\partial x} - \frac{\partial B_y}{\partial y}. \quad (10)$$

似稳情况下的旋度方程(2)已经使波动方程变成了扩散方程。为使 FDTD 计算能够进行,现在加一虚拟位移电流项并将(6)式代入后有:

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \gamma \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \sigma(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t), \quad (11)$$

那么,离散化将对如下各式进行:

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \gamma \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma E_x, \quad (12)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \gamma \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma E_y, \quad (13)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \gamma \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma E_z. \quad (14)$$

这里,方程(8)–(12)的交错网格形式的差分近似,已由 Wang and Hohmann^[2]给出。

2 简单模型源和边界条件的处理

在 TEM 的 FDTD 计算中,由于电磁波的传播需要时间,可将 $t=t_0$ 时刻的初始值赋予 \mathbf{E} ,将 $t=t+\Delta t_0/2$ 时刻的初始值赋予 \mathbf{B} ($t_0>0$, Δt_0 是初始时间步长),将原来的边值问题转化为初边值问题。初始时刻的电场、磁场值由均匀半空间条件下的解析解给出。因为,在电流关断后的短时间内,场还未到达地下异常体处,大地可以作为均匀媒质对待。

时变电磁场的唯一性定理表明,在闭合面 S 包围的区域 V 中,当 $t=0$ 时刻的电场强度 \mathbf{E} 及磁场强度 \mathbf{H} 的初始值给定时,又在 $t>0$ 时间内,边界面 S 上的电场强度切向分量或磁场强度的切向分量给定时,则在 $t>0$ 的任意时刻,体积 V 中任一点的电磁场由 Maxwell 方程唯一地确定。文献[1]在地下边界给定了电场的切向分量,在地一空边界上给定了磁场的切向分量。给定时刻、离源足够远的地下边界上也可以简单地设 $E_t=0$,这对于真实的导电媒质中的辐射场是一个很好的近似。至于地面以上的边界条件,本来要延伸到空中的,但是在似稳条件下,自由空间中有

$$\nabla^2 \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (15)$$

因此有关系:

$$\bar{B}_x(u, v, z=-h) = -\frac{i u}{\sqrt{u^2+v^2}} \exp(-h \sqrt{u^2+v^2}),$$

$$\bar{B}_z(u, v, z=0) = 0, \quad (16)$$

$$\bar{B}_y(u, v, z=-h) = -\frac{i v}{\sqrt{u^2+v^2}} \exp(-h \sqrt{u^2+v^2}),$$

$$\bar{B}_z(u, v, z=0) = 0, \quad (17)$$

式中 \bar{B}_x 、 \bar{B}_y 、 \bar{B}_z 分别是磁场 x 、 y 、 z 分量的 Fourier 变换; u 、 v 分别对应 x 、 y 在波数域中的变量; h 是由地面向空中延伸一个网格的长度(z 坐标向下)。

由此,将空中区域压缩到地一空边界以上一个

网格,其上的场量 B_x 和 B_y 由均匀半空间解析解在地面上的值 B_z 导出。

3 复杂3D模型的源和边界条件

上述FDTD算法在导电媒质似稳电磁场的模拟中取得了成功,当时间推移到60 ms时仍然能够得到满意的计算结果。但是,对于更复杂的模型,如地下异常体靠近地表时、地形起伏、地表电性不均匀,以及矿井瞬态场等,这样的算法就不再适用了。为了能够模拟更复杂的模型,需要解决的问题很多,如激励源的加入、边界条件的确定、亚网格技术、并行FDTD运算等等。其中最重要的是激励源的加入和边界条件问题。

3.1 激励源的加入

将源作为初始条件代入的前提是要有解析解,其条件是大地为水平。实际的勘探工程已经确认了地形对中心回线TEM装置的影响。同样地,地表不均匀情况下的解析解也不存在。此时需将激励源在FDTD求解区域中模拟引入。

在地球物理勘探中,最普遍的是用阶跃脉冲负沿激发。(回线或接地导线中通以稳恒电流,在 $t=t_0$ 时刻关断电源,在地下激发涡旋场)使用阶跃脉冲的优点是,它的频谱特征是幅度与频率成反比而相位恒定,这样,低频谐波占主导地位,可以在导电的有耗媒质中得到较大的穿透深度。虽然理想的阶跃脉冲在FDTD中无法模拟^[4],实际上瞬态电磁探测仪器及其发射装置也不可能发出理想阶跃脉冲,在现实工作中是将发射波形调整成“斜坡”形状,带有“斜坡”的阶跃脉冲是可以模拟的。当然,在实算中还要选择合适的入射波形式,用适当的方法将激励源加入到FDTD迭代中。

3.2 吸收边界条件(ABC)

对于复杂3D问题需要在空中和地下设定吸收边界使网格空间截断处的电磁波反射达到最小。

a. Mur 吸收边界条件 有直角坐标系中3D网格空间的精确吸收边界条件为:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] \Phi = L_3^\pm \Phi = 0 \quad (18)$$

对于与 x 轴垂直的边界面 $x=0$ 和 $x=h$,有:

$$L_3^\pm = \frac{\partial}{\partial x} \pm \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \sqrt{1-D^2} = 0 \quad (19)$$

其中

$$D = v \sqrt{\left[\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial}{\partial t} \right]^2 + \left[\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t} \right]^2} \quad (20)$$

由此精确条件导出的差分格式近似边界条件可见于很多文献,得到比较广泛的应用。

b. 理想匹配层(PML)吸收边界条件 Mur方案是首选的吸收边界条件,但是解决地球物理时域电磁场问题此方案是不够的。在无线通信领域中发展起来的PML吸收边界条件^[5]在理论上可以实现任意小的反射误差。这种方法在截断边界处引入具有导电性质的媒质,电磁波由于损耗而沿传播方向衰减,而且任何方向的入射波都可以无反射地通过所引入媒质的界面。但是,PML吸收边界并不能直接用于地球物理电磁场计算中。因为,大地本身就为有耗媒质,其固有的波阻抗不等于真空中的波阻抗。对于空中边界改进的GPML方法可以得到较好的效果,而对于地下边界则吸收效果不够理想。但是由于电磁波在地下的衰减很快,在离源足够远的地下边界上可以简单地设 $E_t=0$ 。

4 ADI-FDTD方法的时间稳定性

复杂3D模型将FDTD的求解区域扩展到了空中。由于空中和地下的电磁波长相差悬殊,因此,为了节约计算机资源和加快3D模拟计算速度,需采用非均匀网格的离散形式。而且,在复杂3D模拟中,对于局部精细结构也需做非均匀网格离散。然而,FDTD计算受Courant-Friedrich-Levy (CFL)稳定性条件的限制,时间步长和空间步长必须满足一定的约束关系。此时,时间步长将由最小的空间步长来确定,这将导致时间步长非常的小,在模拟一定时间长度时,FDTD的迭代步数很大,计算时间开销必然较大。近年来发展起来的交替方向隐式时域有限差分方法(ADI-FDTD),是无条件稳定的,从而可以剔除CFL稳定性条件对时间步长的限制^[6-7]。

借助双线性变换近似色散媒质中介质参数随频率的变化关系,ADI-FDTD方法可用于模拟线性色散媒质中的波传播问题^[5],这与地球物理似稳场与大地介质的设定是一致的。基于Berenger分裂场PML方程,利用扩展坐标系PML方程并在PML层中取复频率移位介质参数,利用卷积型PML方法可以取得ADI-FDTD方法在低频段的良好吸收性能^[8]。由此可见,ADI-FDTD方法在解决包括空中和地下区域的复杂3D模型中具有良好的应用前景。

5 结论

FDTD方法是求解微分方程的直接时域方法,在计算中,将空间某一样本点的电场(或磁场)与周围网格点的磁场(或电场)直接关联,且媒质参数已赋

文章编号: 1001-1986(2007) 02-0066-04

天然大地电磁场时间序列的分形特征

严家斌^{1,2}, 刘贵忠¹

(1. 西安交通大学电子与信息工程学院, 陕西 西安 710049;

2. 中南大学信息物理工程学院物探系, 湖南 长沙 410083)

摘要:分形理论是分析和研究自然界中具有“自相似性”、“自仿射性”不规则形体的重要手段。分形维是描述这种分形体的定量参数,反映了系统的复杂性与本质特征。利用相空间重建理论与 G—P 算法对大地电磁场的时间序列进行相空间重构,表明大地电磁场时间序列相空间的吸引子是存在的,大地电磁场虽然看似随机的天然信号,事实上它是具有内在确定性的随机信号。实例分析表明,大地电磁场时间序列关联维数与地下介质特征密切相关,能定性地反映介质的电性分布与结构特征。

关键词:大地电磁场;分形;吸引子;关联维

中图分类号:P631.325 **文献标识码:**A

Fractal characteristic of time series of nature field

YAN Jia-bin^{1,2}, LIU Gui-zhong¹

(1. School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. School of Info-Physics and Geomatics Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract The fractal theory provides an important method in study of irregular objects of self-similarity and self-affinity. The fractal dimension is a quantitative parameter that describes the fractal objects and indicates the complicity and essential characteristics of the system. In this paper the phase space of the time series of nature field is reconstructed by the theory of phase space reconstructing and G—P algorithm, the results show that the phase space of nature field has the chaotic attractor, although the nature field is similarity with random nature signal, it has intrinsic certainty random signal and is likely to chaotic. The results of field data analysis indicate that the correlative dimension of time series of nature field is related to earth medium characteristics intently and qualitative reflect the characteristics of the distribution of electricity and construction of medium.

Key words: nature field; fractal; chaotic attractor; correlative dimension

收稿日期: 2006-04-24

基金项目: 国家自然科学基金(60272072)

作者简介: 严家斌(1968—),男,湖南常德人,博士,主要从事图像及地球物理信号分析、处理,小波分析及偏微分方程在图像及地球物理信号分析中的应用。

值整个空间每一个网格。因此,从理论上讲,这一方法可以处理复杂形状目标和非均匀媒质的电磁散射、辐射等问题。但是,针对每一具体问题和具体研究领域时,FDTD 算法体现了各不同领域的特点,如激励源、边界条件的确定等等。FDTD 的基本框架为计算任意复杂模型提供了可能,但真正实现这一目标还需结合具体问题,找出具体的解决办法。本文中提出的将实际激励源模拟注入,GPML 边界条件,以及解决时间稳定性的 ADI—FDTD 方法,都为复杂 3D 模拟问题提供了解决的途径。

参考文献

- [1] ORISTAGLIO M L, HOHMANN G W. Diffusion of electromagnetic fields into a two dimensional earth: A finite—difference approach [J]. Geophysics, 1984, 49(7): 870—894.
- [2] WANG T, HOHMANN G W. A finite—difference time—domain so-

lution for three—dimensional electromagnetic modeling [J]. Geophysics, 1993, 58(6): 797—817.

- [3] 闫述,陈明生,傅君眉.瞬变电磁场的直接时域数值分析[J].地球物理学报,2002,45(2):275—284.
- [4] 王长清,祝西里,陈国华,等. Maxwell 方程用于电磁脉冲在损耗介质中的传播问题[J].电波科学学报,1999,14(1):97—101.
- [5] HIRONO T, LUI W W, SEKI S. Successful applications of PML—ABC to the symplectic FDTD scheme with fourth—order accuracy in time and space [J]. IEEE MTT—S Int. Microwave Symp. Dig., Anaheim, 1999, CA: 1 293—1 296.
- [6] NAMIKI T. A new FDTD algorithm based on alternating—direction implicit method [J]. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1999, 47(10): 2 003—2 007.
- [7] ZHENG F, CHEN Z, ZHANG J. Toward the development of a three—dimensional unconditionally stable finite—difference time—domain method [J]. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 2000, 48(9): 1 550—1 558.
- [8] GEDNEY S D, LIU G, RODEN J A, et al. Perfectly matched layer media with CFS for an unconditionally stable ADI—FDTD method [J]. IEEE Trans. Antennas Propag., 2001, 49(11): 1 554—1 559.