

文章编号: 1001-1986(2009)02-0068-03

# 基于 OCCAM 算法的瑞雷波频散曲线快速稳定反演

艾东海<sup>1</sup>, 程庆群<sup>2</sup>

(1. 中国地质大学地球物理与空间信息学院, 湖北 武汉 430074;  
2. 长江勘测规划设计研究院长江工程物探检测公司, 湖北 武汉 430010)

**摘要:** OCCAM 算法在大地电磁测深资料反演中已获得了成功应用。将其引入到瑞雷波频散曲线反演中, 应用权重矩阵, 提高了解的纵向分辨率; 应用拉格朗日乘子光滑参数改善了迭代效果并提高了解的稳定性, 使其可以在解的精度和模型分辨率中取最佳折中解。实测资料试算结果表明: 用 OCCAM 算法对低速软弱夹层瞬态瑞雷波频散曲线进行反演, 不但具有稳定性好、精度高、分辨能力强的特点, 而且能自动分层和反演地层参数。

**关 键 词:** OCCAM 算法; 低速软弱夹层; 瞬态瑞雷波; 频散曲线; 横波速度

中图分类号: P631.4 文献标识码: A

## A fast and reliable OCCAM algorithm for inversion of Rayleigh wave dispersion curves

AI Donghai<sup>1</sup>, CHENG Qingqun<sup>2</sup>

(1. Institute of Geophysics and Geomatics, China University of Geosciences, Wuhan, 430074, China;  
2. Changjiang Institute of Survey Planning Design and Research, Wuhan 430010, China)

**Abstract:** OCCAM algorithm has been successfully used to invert transient Rayleigh wave dispersion curves for lower velocity layers. The new efficient algorithm can overcome such serious shortcoming as the strict dependence on initial model, improve shear wave accuracy and resolution using thinned layers and weighted matrix, and can enhance iterative effect and adjust the relationship between resolution and solution by self-adaptive iterative smooth factor. Inversion results of field data indicate that OCCAM algorithm is characterized by good stability, high accuracy and strong resolution, and can automatically invert shear wave velocity and thickness.

**Key words:** OCCAM algorithm; lower velocity layers; transient Rayleigh waves; dispersion curves; shear wave velocity

低速软弱夹层等速度倒转地质结构的探测在岩土工程和无损检测等生产和科研中具有重要的研究意义, 例如, 高速公路软土路基探测、软土地基强夯加固效果评价等<sup>[1]</sup>。而近年来新兴的瞬态瑞雷波法的一个明显优势就是可以解决常规地震勘探方法无法解决的地质问题, 如速度倒转、低速软弱夹层、薄层和盲层等<sup>[2-4]</sup>。这些特殊地层结构的地质力学特征在瑞雷波频散曲线上均有反映, 因而, 如何准确、可靠地反演低速软弱夹层, 瞬态瑞雷波频散曲线具有重要的理论与现实意义<sup>[5]</sup>。

为此, 笔者在 Constable 等人<sup>[6]</sup>工作基础上, 实现了瞬态瑞雷波频散曲线的 OCCAM 反演算法。该方法独特之处是将初始模型取为近似均匀半空间, 根据勘探深度和精度要求将地下介质划分为多个合理的薄层, 并使其在反演过程中不变; 同时, 将各薄层横波速度取为等值, 进而根据反演后横波速度

的变化进行自动分层。反演算法基于给定一组具有观测误差的实测数据, 寻找最光滑的模型参数剖面的基本思想<sup>[7]</sup>, 引入权重矩阵提高数据分辨率, 采用自适应修改拉格朗日乘子光滑参数提高迭代效果并协调分辨率与解的关系, 利用函数关系约束、区间约束和固定约束来提高解的唯一性。在反演过程中, 对正演算法<sup>[8]</sup>进行了改进和优化, 有效地避免了高频数值溢出和高频精度丢失等不稳定问题, 使上限频率提高到 9 000 Hz, 并大大提高了运算速度。实测资料试算结果表明, 用 OCCAM 算法对低速软弱夹层瞬态瑞雷波频散曲线进行反演, 不但具有稳定性好、精度高、分辨能力强的特点, 而且能自动分层和反演地层参数。

## 1 OCCAM 反演算法

OCCAM 算法是一类约束优化局部搜索算法。

收稿日期: 2008-06-10

作者简介: 艾东海(1976—), 男, 湖北大悟人, 博士研究生, 从事瑞雷波正反演和岩土工程测试等科研与开发工作。

Constable 等人在 1987 年<sup>[6]</sup>已经证明该方法在大地电磁资料反演中比传统的最小二乘法具有更加快速、稳定的优点，是一类实用的求解多极值非线性问题的反演算法。该算法的反演策略可以概括为：给定一组观测数据和它们的相关误差，寻找最光滑的模型参数剖面，以使观测数据与理论计算数据拟合残差达到预先给定的范围。

OCCAM 算法在实际瑞雷波反演执行中需要首先定义模型参数  $V_S$  的光滑度或收敛粗糙度  $R_1$ ：

$$R_1 = (\delta V_S)^T (\delta V_S) = \|\delta V_S\|^2。 \quad (1)$$

其中  $\delta$  是一个由两点中心差分算子定义的  $N \times N$  矩阵；符号  $(\cdot)^T$  表示矩阵的转置； $\|\cdot\|$  表示向量的欧几里德范数； $V_S$  是  $N \times 1$  维未知的横波速度向量； $N$  是地层层数。实测数据与反演拟合数据的加权均方差(RMS)可以表示为：

$$\varepsilon = \|W \cdot (V_R^{\text{exp}} - V_R^{\text{theo}})\| / \sqrt{M}。 \quad (2)$$

其中  $V_R^{\text{exp}}$  是一个  $M \times 1$  维实测瑞雷波相速度向量； $V_R^{\text{theo}}$  是一个  $M \times 1$  维理论计算瑞雷波相速度向量； $M$  是频点数； $W$  是一个  $M \times M$  维加权三角矩阵。

$$W = \text{diag}\{1/\sigma_1, 1/\sigma_2, \dots, 1/\sigma_M\}， \quad (3)$$

式中  $\sigma_j$  ( $j = 1, 2, \dots, M$ ) 为实测瑞雷波相速度标准偏差。利用拉格朗日乘子法解这个约束优化反演问题，可得：

$$V_S = [W\delta^T + (WJ_1)^T WJ_1]^{-1} (WJ_1)^T W [V_R^{\text{exp}} - V_R^{\text{theo}} + J_1 V_S]。 \quad (4)$$

其中  $\mu$  是拉格朗日乘子或称为光滑参数； $J_1$  是  $M \times N$  维雅可比矩阵，其元素是由基阶瑞雷波相速度关于横波速度的偏导数所得。

使用式(4)迭代计算横波速度直至收敛。横波速度反演的误差估计  $\text{Stdev}[V_S]$  由下式给出：

$$T_1 = \{[\mu\delta^T + (WJ_1)^T WJ_1]^{-1} (WJ_1)^T W\}_{\text{last\#}}； \quad (5)$$

$$\text{Cov}[V_R] = \text{diag}\{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_M^2\}； \quad (6)$$

$$\text{Stdev}[V_S] \approx \sqrt{\text{diag}\{T_1 \cdot \text{Cov}[V_R] \cdot T_1^T\}}。 \quad (7)$$

其中  $T_1$  为中间变量； $\text{diag}$  为对角矩阵； $\text{Cov}$  为向量的协方差。

## 2 野外资料采集

采用瞬态瑞雷波法数据。野外资料采集时，采用多次覆盖观测系统，用国产 SE2404 数字地震仪，4.5 Hz 低频检波器接收，锤击激发。为了获得最佳的瑞雷波接收窗口和最佳探测深度，进行了多次现场对比试验，最终选用 24 道记录，记录长度为 512 ms，采样间隔为 0.5 ms，偏移距为 7.0 m，道间距为 1.0 m。

## 3 实例分析

实例来自某高速公路路基。该路试验段在进行软土路基补强施工中，已进行了 4~8 次振冲压碾试验。为了查明振冲压碾后，软土路基的地层分布特征和地质情况，进行了瞬态瑞雷波法检测试验。

图 1 是野外实测瑞雷波地震记录(5B2083)。由图可见，各道记录均出现在瑞雷波接收窗口内，瑞雷波呈发散的扫帚状，其能量与直达波、折射波、反射波相比最强。图 2 是由图 1 中提取的频散曲线

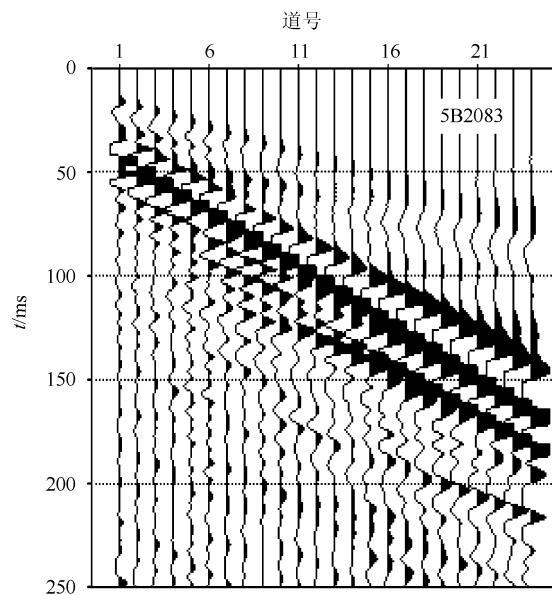


图 1 野外实测瑞雷波地震记录

Fig. 1 Seismic data record of Rayleigh wave

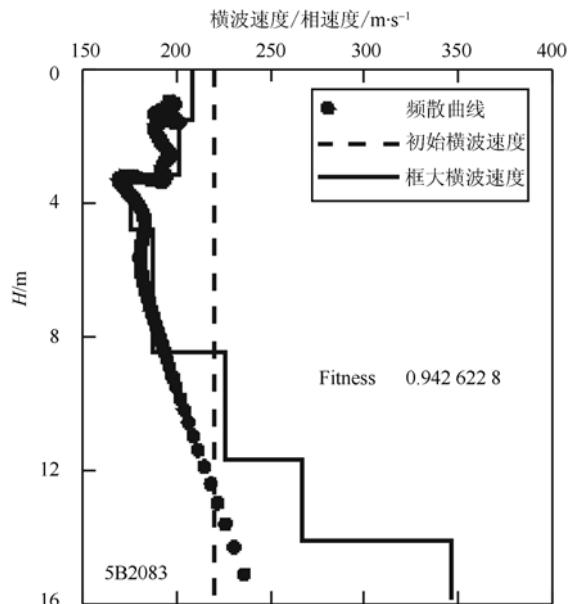


图 2 实测频散曲线 OCCAM 反演结果

Fig. 2 OCCAM inversion result of dispersion curve

及 OCCAM 反演结果。由于只关心 16.0 m 以上的浅层部分, 故频散曲线显示深度为 0~16.0 m, 398 个频点, 频带范围 7.57~104.49 Hz。由图 2(实点)可见, 由于获得了高信噪比的原始地震记录, 且采用了先进的 f-k 面波分离技术<sup>[9]</sup>, 消除了直达波、折射波、反射波及大量随机干扰波, 从而使得信号中各频率成分的能量大大增强, 提高了频散曲线数据的计算精度和可靠性, 地层地质的力学特征(如图 2 中的低速软弱夹层)在频散曲线上反映更加突出。

频散曲线 OCCAM 反演时, 将初始模型取为 12 个薄层(保证最大波长大于勘探深度 16.0 m), 每个薄层横波速度均取为等值 220 m/s(图 2 中的虚线); 为了简便起见, 纵波速度  $V_p$  均取为  $3V_s$ , 密度  $\rho$  均取为  $2.0 \text{ g/cm}^3$ 。由图 2 可见, 由于薄层的应用, 减小了层厚对相速度的影响, 降低了相邻层的平均效应, 从而提高了横波速度反演精度, 频散曲线最后反演的拟合度(Fitness)达到了 0.942 622 8(见图 2); 权重矩阵的应用, 提高了纵向分辨率, 并能自动分层, 由初始模型的 12 层, 最后根据反演后的横波速度自动分为 7 层, 在无先验信息的情况下亦能准确地分辨出低速软弱夹层; 拉格朗日乘子光滑参数的应用改善了迭代效果和提高了解的稳定性, 使其可以在精度和分辨率中取最佳折中解(最优解估计)。实例 OCCAM 反演迭代 5 次, 耗时约 30 s(在 PC586 上)。由于将初始模型取为近似均匀半空间, 故其初始频散曲线近似为一条直线(图 2 中的虚线, 变换到频率波速域也是如此), 这也证明了改进优化后的正演算法的正确性, 同时可以看出, 初始模型的选取非常简单, 仅为近似均匀半空间的一条直线, 不用根据拐点分层, 大大减小了对初始模型的依赖和人为误差。

频散曲线的 OCCAM 反演解释结果(图 2 中的实线)与现场施工记录的实际情况基本吻合, 并客观地反映了软土路基的地层分布特征。表层由于进行了振冲压碾, 速度较高; 中间层为较松散的砂粘土, 速度较低, 为勘探检测中的低速软弱夹层(或常规地震勘探中的盲层); 到了深层, 横波速度又逐渐增高。振冲压碾后, 测点 5B2083 在 1.0 m 和 4.0 m 深度处由钻孔测试出的横波速度分别为 215 m/s 和 166 m/s, 而采用这种方法得到的对应深度处的横波速度分别为 209 m/s 和 175 m/s, 可见两种方法测得的结果基本吻合, 最大相对误差为 5%。

#### 4 结语

OCCAM 算法在大地电磁测深资料反演中已获

得了成功应用。笔者将该算法成功引入到瑞雷波频散曲线反演中来, 并着重给出了实际生产和科研中经常遇到的低速软弱夹层速度倒转型地质结构的反演实例。野外资料试算结果表明, OCCAM 反演算法是一种计算上比较现实的瑞雷波频散曲线反演方法, 由于改进和优化了正演算法并减少了待反演的层参数, 所以反演速度较快(耗时约 30 s)。用该算法反演低速软弱夹层地质结构不但具有稳定性好(迭代 5 次)、精度高(最大相对误差约为 5.0 %)、分辨能力强(可识别低速软弱夹层)的特点, 而且能自动分层和反演地层参数; 同时该算法使初始模型的选取变得极为简单(为近似均匀半空间的一条直线), 从而有效地解决了对初始模型的选取, 避免了根据拐点分层、人为误差大的缺陷。

但是从本质上讲, 该算法仍然是基于拟合观测数据的, 若测点的观测误差太大, 则可能使反演结果精度降低, 因此, 客观上要求提高野外资料采集的信噪比和频散曲线数据的提取精度。同时, 为了提高浅层(0.8 m 以内)反演精度, 应提高震源的高频成分。

#### 参考文献

- [1] 杨成林. 瑞雷波勘探[M]. 北京: 地质出版社, 1993.
- [2] PARK C B, MILLER R D, XIA J. Multichannel analysis of surface waves[J]. Geophysics, 1999, 64 : 800~808.
- [3] XIA J, MILLER R D, PARK C B. Estimation of near-surface shear-wave velocity by inversion of Rayleigh waves[J]. Geophysics, 1999, 64 : 691~700.
- [4] XIA J, MILLER R D, PARK C B, et al. Determining Q of near-surface materials from Rayleigh waves[J]. Journal of Applied Geophysics, 2002, 51(2~4) : 121~129.
- [5] O'NEILL A, DENTITH M, LIST R. Full-waveform P-SV reflectivity inversion of surface waves for shallow engineering applications[J]. Exploration Geophysics, 2003, 34 : 158~173.
- [6] CONSTABLE S C, PARKER R L, CONSTABLE G G. Occam's Inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data[J]. Geophysics, 1987, 52 : 289~300.
- [7] LAI C G, RIX G J, FOTI S, et al. Simultaneous measurement and inversion of surface wave dispersion and attenuation curves[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2002, 22 (9~12) : 923~930.
- [8] SCHWAB F A, KNOPOFF L. Fast surface wave and free mode computations[M]// Bolt B A, Ed. Methods in Computational Physics. New York: Academic Press, 1972 : 87~180.
- [9] ZYWICKI D J. Advanced signal processing methods applied to engineering analysis of seismic surface waves[D]. Georgia: Georgia Institute of Technology, 1999.