

文章编号:1001-1986(2007)03-0059-03

考虑损伤门槛的统计损伤本构模型研究

宋 飞,赵法锁

(长安大学地质工程与测绘工程学院,陕西 西安 710054)

摘要:在统计损伤理论的基础上,从统计损伤本构模型的一般性公式出发,考虑到岩石的受力状态,提出统计损伤本构模型应考虑损伤门槛的影响,建立了考虑损伤门槛的统计损伤本构方程。以石膏角砾岩的常规三轴试验结果作为实例,进行了验证。理论计算结果与试验结果对比表明,考虑损伤门槛的统计损伤本构模型是更加合理的。

关键词:统计损伤;损伤门槛;本构模型

中图分类号:TU452 **文献标识码:**A

Study on statistical damage constitutive model in consideration of damage threshold

SONG Fei,ZHAO Fa-suo

(College of Geological Engineering and Surveying Engineering, Chang'an University, Xi'an 710054, China)

Abstract: Based on statistical damage theory, it is put forward that damage threshold should be considered in statistical damage constitutive model and a statistical damage constitutive equation is established in consideration of the impact of damage threshold. Conventional triaxial compression test results of gypsum breccias are taken as example to verify the model. Through the contrast between theoretical calculated results and conventional test results, it is showed that statistical damage constitutive model in consideration of damage threshold is rational.

Key words: statistical damage; damage threshold; constitutive model

几何损伤理论中的一个重要分支——基于宏观唯象的统计损伤理论,目前得到了广泛的研究和应用。1982年,Krajcinovic等人^[1]从岩石材料内部所含缺陷分布的随机性出发,将连续损伤理论和统计强度理论有机地结合起来,提出了统计损伤本构模型,为岩石损伤软化本构模型的研究开辟了一条崭新的途径;文献[2]、[3]分别从微元强度和损伤耗散能释放率服从某种随机分布的角度出发,发展了岩石损伤软化统计本构模型;文献[4]、[5]基于岩石强度的随机统计分布假设,用岩石轴向主应变来度量岩石微元强度,建立了单向压缩岩石损伤统计本构模型;这种以轴向应变建立的统计损伤本构模型是一维的,不能够反映岩石复杂的受力状态;文献[6]—[10]以某种破坏准则,如Drucker—Prager或Mohr—Coulomb准则所表示的应力组合形式作为岩石微元强度的随机分布变量,建立了反映岩石破裂全过程的三维统计损伤本构模型,使岩石统计损伤软化本构模型的研究取得了重大进展。但上述模型都没有考虑岩石损伤门槛的影响。实际上,岩石在应力很小时,是不发生损伤的。因此,本文在前人工作的基础上,基于统计损伤理论,提出统计损伤应考虑损伤

门槛的影响,建立了考虑损伤门槛的统计损伤本构模型,并通过实例进行了验证。

1 岩石统计损伤软化本构模型

利用Lemaître^[11]应变等价原理,可以建立岩石的损伤本构关系式:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^* (1 - D) = D_{ijkl} \epsilon_{kl} (1 - D), \quad (1)$$

式中 σ_{ij} 为名义应力张量分量; σ_{ij}^* 为有效应力张量分量; ϵ_{kl} 为应变张量分量; D_{ijkl} 为弹性刚度张量分量; D 为岩石损伤变量。

基于Drucker—Prager岩石破坏准则所表示的岩石微元强度,并假定岩石微元强度服从Weibull分布,则岩石损伤变量可以表示为:

$$D = 1 - \exp \left[- \left(\frac{F^*}{F_0} \right)^m \right], \quad (2)$$

式中 m 及 F_0 为Weibull分布参数; F^* 为岩石微元强度,表示为:

$$F^* = \alpha I_1^* + \sqrt{J_2^*}, \quad (3)$$

其中 $I_1^* = \sigma_1^* + \sigma_2^* + \sigma_3^*$; (4)

$$J_2^* = \frac{1}{6} [(\sigma_1^* - \sigma_2^*)^2 + (\sigma_2^* - \sigma_3^*)^2 + (\sigma_3^* - \sigma_1^*)^2]; \quad (5)$$

α 为 Drucker—Prager 破坏准则参数; σ^* 为有效应力。由式(1)、(2)可得:

$$\epsilon_{ij} = D_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl} \exp \left[\left(\frac{F^*}{F_0} \right)^m \right]。 \quad (6)$$

由式(1)、(3)可得:

$$F^* = (\alpha I_1 + \sqrt{J_2}) (\epsilon_{ij} / D_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl})。 \quad (7)$$

式(7)带入式(6)即可得到岩石的统计损伤软化本构模型为:

$$\epsilon_{ij} = D_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl} \exp \left[\left(\frac{(\alpha I_1 + \sqrt{J_2})(\epsilon_{ij} / D_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl})}{F_0} \right)^m \right]。 \quad (8)$$

结合式(1), 上式可进一步变为:

$$\frac{1}{(1-D)} = \exp \left[\left(\frac{(\alpha I_1 + \sqrt{J_2})}{F_0(1-D)} \right)^m \right]。 \quad (9)$$

由上式可见, 应力可以表示为损伤变量的函数, 因此, 在对本构方程进行求解时, 可以先由式(9)迭代求得应力和损伤变量之间的变化关系, 再用式(1)求得相应的应变值, 从而避免了在式(8)中对应变或应力进行迭代的麻烦(迭代时初始值很难确定)。

2 考虑损伤门槛的统计损伤本构模型

式(9)可以写成更一般的形式:

$$\frac{1}{(1-D)} = \exp \left[\left(\frac{F}{F_0(1-D)} \right)^m \right]， \quad (10)$$

式中 F 为名义应力的组合形式。从上式可知, 当 $D=0$, 即没有发生损伤时, 必需 $F=0$ 。因此, $F=0$ 是岩石发生损伤的临界点或门槛值, 只有应力组合 $F>0$, 岩石才能发生损伤。

假设岩石为三向受压, 如果考虑 $F=\alpha I_1 + \sqrt{J_2}=0$, 因为 $\alpha>0$, 则 $\sigma_1=\sigma_2=\sigma_3=0$ 。这说明岩石只有在不受外荷载作用的情况下才不发生损伤, 只要受到很小的应力, 就会发生损伤。因此, 上述的统计损伤本构方程并没有考虑损伤门槛值, 认为只要受力就会发生损伤, 这显然是不实际的。文献[12]、[13]根据 CT 数和 CT 图像的变化规律, 从损伤角度把岩石全过程曲线分为 5 个阶段: 压密阶段、准线性阶段、损伤开始演化和稳定发展阶段、损伤加速发展阶段、峰后损伤迅速发展阶段, 认为损伤开始于第 3 阶段, 并给出了岩石应力损伤门槛值。因此, 岩石在外荷载作用下, 只有应力达到一定值(损伤应力门槛值)时才会发生损伤, 当应力小于损伤应力门槛值, 岩石不损伤或者可以不考虑损伤。

类似屈服条件或破坏条件的定义, 岩石开始损伤时, 应力或应变所必需满足的条件可称为损伤条件, 相应的函数为损伤函数。岩石损伤的过程就是岩石微元开始破坏的过程, 因此, 从微观上看, 损伤

条件就是岩石微元开始发生破坏的条件。类似破坏条件的统一表示形式, 损伤条件可以表示为:

$$G = \beta I_1^2 + \alpha I_1 - k + \left(\frac{\sqrt{J_2}}{g(\theta_s)} \right)^n = 0， \quad (11)$$

式中 β 、 α 、 k 、 n 为常数, 可由试验确定; $g(\theta_s)$ 为 π 平面上的形状函数。

考虑损伤门槛时, 损伤演化方程为:

$$D = \begin{cases} 0 & G < 0 \\ 1 - \exp \left[- \left(\frac{F^* - F_G^*}{F_0} \right)^m \right] & G \geq 0 \end{cases}， \quad (12)$$

式中 F_G^* 为损伤应力门槛值所对应的岩石微元强度值。

由式(1)、(12)可得到考虑损伤门槛的统计损伤本构方程为:

$$\epsilon_{ij} = \begin{cases} D_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl} & G < 0 \\ D_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl} \exp \left[\left(\frac{F^* - F_G^*}{F_0} \right)^m \right] & G \geq 0 \end{cases}。 \quad (13)$$

3 实例验证

本文以某地石膏角砾岩常规三轴试验结果^[14]作为例证进行分析。在不同围压(σ_3)下的半对数坐标上应力—应变关系曲线如图 1 所示。

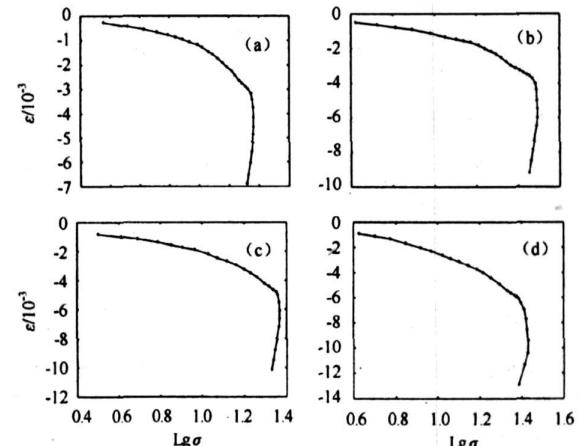


图 1 石膏角砾岩应力—应变关系曲线(半对数坐标)

Fig. 1 Stress—strain curves of gypsum breccias

(in half—logarithm coordinate)

a—— $\sigma_3=1$ MPa;b—— $\sigma_3=2$ MPa;c—— $\sigma_3=3$ MPa;

d—— $\sigma_3=4$ MPa

从石膏角砾岩的应力应变曲线可以看出, 加载初期, 应力应变曲线接近于直线, 应变变化较缓; 随着应力的增大, 应力应变关系开始偏离于直线, 应变变化较快。因此, 在石膏角砾岩的峰前应力应变曲线中存在转折点, 转折点即为岩石的初始损伤点, 损伤点对应的应力即为损伤应力门槛值。依据文献

[15]的方法由图1可以确定初始损伤点,从而可以确定相应的损伤应力门槛值 σ_1 ,见表1。

表1 石膏角砾岩损伤应力门槛值 MPa

Table 1 Damage stress threshold values of gypsum breccias

σ_3	σ_1	σ_3	σ_1
1	6.98	3	12.34
2	10.02	4	16.29

以 $J_2^{1/2}$ 为纵坐标, I_1 为横坐标,由损伤应力门槛值可以作出 $J_2^{1/2}-I_1$ 关系曲线,如图2所示。从拟合结果看出,石膏角砾岩初始损伤时 $J_2^{1/2}-I_1$ 关系为线性关系,拟合相关系数为 $R^2=0.9964$ 。因此,可得石膏角砾岩的损伤条件为:

$$G = \sqrt{J_2} - 0.236 I_1 - 1.28 = 0 \quad (14)$$

由式(3)、(14)可得:

$$F^* = (\alpha + 0.236) I_{1G}^* + 1.28 Pa / (1 - D) \quad (15)$$

I_{1G}^* 为损伤应力门槛的有效第一不变量;Pa为单位应力。式(15)代入式(13)可得到石膏角砾岩考虑损伤门槛的统计损伤本构方程为:

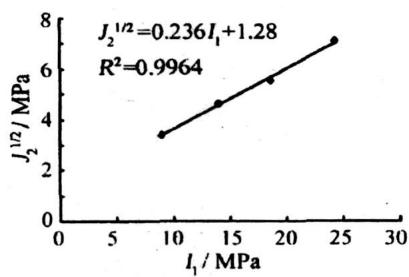


图2 石膏角砾岩初始损伤 $J_2^{1/2}-I_1$ 关系曲线

Fig. 2 Initial damage $J_2^{1/2}-I_1$ curve of gypsum breccias

$$\varepsilon_{ij} = \begin{cases} D_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl} & G < 0 \\ D_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl} \exp \left[\frac{(\alpha I_1 + \sqrt{J_2} - (\alpha + 0.236) I_{1G} - 1.28 Pa)}{F_0} \right] & \\ \left(\varepsilon_{ij} / D_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl} \right)^m & G \geq 0 \end{cases} \quad (16)$$

上式用 ε_1 、 σ_1 、 σ_2 、 σ_3 表示可变为:

$$\varepsilon_1 = \begin{cases} [\sigma_1 - u(\sigma_2 + \sigma_3)] / E & G < 0 \\ [\sigma_1 - u(\sigma_2 + \sigma_3)] \exp \left[\frac{(\alpha I_1 + \sqrt{J_2} - (\alpha + 0.236) I_{1G} - 1.28 Pa) E \varepsilon_1}{F_0 / [\sigma_1 - u(\sigma_2 + \sigma_3)]^m} \right] / E & G \geq 0 \end{cases} \quad (17)$$

式中 E 、 u 为岩石的弹性模量和泊松比。

取岩石弹性模量为4 700 MPa,泊松比为0.25, α 取为0.16。参数 m 、 F_0 的确定方法可参考文献[10]、[15]、[16]。由式(17)可得石膏角砾岩不同围压下的应力应变曲线,并和试验曲线进行比较,结果如图3所示。

通过比较可以看出,本文提出的考虑损伤门槛的统计损伤本构模型与试验结果吻合较好,特别是

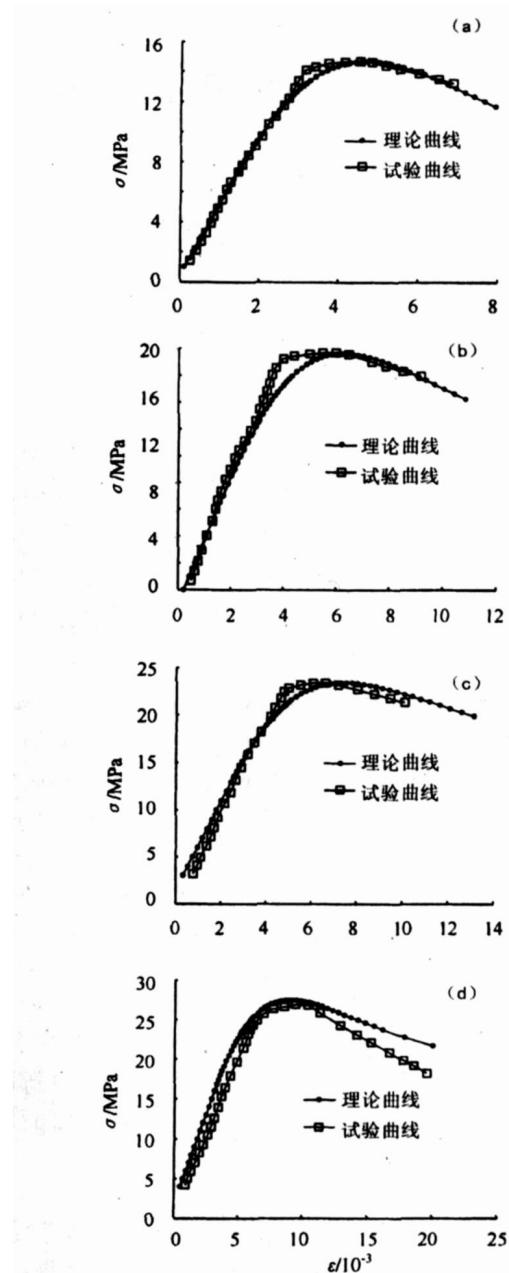


图3 石膏角砾岩应力—应变关系曲线

Fig. 3 Stress-strain curves of gypsum breccias

$$\begin{aligned} a &---- \sigma_3 = 1 \text{ MPa}; b ---- \sigma_3 = 2 \text{ MPa}; c ---- \sigma_3 = 3 \text{ MPa}; \\ d &---- \sigma_3 = 4 \text{ MPa} \end{aligned}$$

峰值后的软化阶段吻合得较好,说明本模型能够充分反映岩石的软化特性,可以较好的描述石膏角砾岩的全应力—应变曲线。因此,考虑损伤门槛的统计损伤本构模型是更加合理的。图3(d)中的理论曲线与试验曲线误差稍微偏大,是因为在参数拟合及本构模型计算中,不同围压下的弹性模量 E 和泊松比 u 都取为固定值,但试验结果表明,围压为4 MPa时,弹性模量较其他围压的弹性模量相差较大。这是误差偏大的主要原因。

文章编号:1001-1986(2007)03-0062-04

基于 SVM 的煤岩破裂与失稳预测模型

刘叶玲¹, 张海燕¹, 来兴平^{1,2}

(1. 西安科技大学, 陕西 西安 710054;

2. 教育部西部矿山开采及灾害控制重点实验室, 陕西 西安 710054)

摘要: 煤岩破裂与失稳的定量化实验是准确预测预报采空区动力学灾害的基础研究。基于采空区上覆煤岩破裂与动力学失稳相似材料模拟实验, 利用支持向量机方法对煤岩破裂的不同阶段进行预测, 找出大尺度采空区煤岩介质断裂与突然失稳的应力—位移—声发射“预警值(区)”, 对开采中诱发动力灾害的危险源辨识及预警提供了定量化的依据, 为工程现场准确、及时预报采空区煤岩断裂失稳规律提供了有效依据。

关键词: 支持向量机; 支持向量回归机; 核函数; 相似模拟实验

中图分类号: TD315.3 **文献标识码:** A

Forecast model based on SVM during coal crack and destabilization

LIU Ye-ling¹, ZHANG Hai-yan¹, LAI Xing-ping^{1,2}

(1. Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054, China;

2. China Educational Ministry Key Lab. of Western Safe Mining & Hazard Control, Xi'an 710054, China)

Abstract: Coal crack and destabilization quantitative experiment is a fundamental study on forecast dynamic hazard of gob area. Based on similarity material simulation experiment during coal crack and dynamic destabilization of gob area, forecasted different phases during coal crack by SVM technique, found out alarm value for stress-displacement-acoustic emission during coal medium crack and sudden destabilization of large scale gob area. By applied quantitative criteria for danger source discrimination and alarm induced dynamic hazard during mining, predicted rule timely and accurately for coal crack and destabilization of gob area. It provided for efficient guidance of the mining.

Key words: support vector machine; support vector regression; kernel function; similar simulation experiment

支持向量机(Support Vector Machine, 简称 SVM)是 Vapnik 等人根据统计学习理论提出的一种新颖的机器学习方法, 其出色的学习性能已成为当前国

际学术界的研究热点。SVM 的最大特点是根据 Vapnik 结构风险最小化原则, 尽量提高学习机的泛化能力。另外, 由于 SVM 是一个凸优化问题, 因此

收稿日期: 2006-12-12

基金项目: 国家自然科学基金项目(10402033); 教育部西部矿山开采与灾害控制重点实验室重点项目(04JS19)

作者简介: 刘叶玲(1961—), 女, 湖南邵阳人, 副教授, 主要从事决策分析研究。

参考文献

- [1] KRAJCINOVIC D, SILVA M A G. Statistical aspects of the continuous damage theory [J]. Int. J. Solids Structure, 1982, 18(7): 551—562.
- [2] 唐春安. 岩石破裂过程中的灾变[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1993.
- [3] 谢和平. 岩石、混凝土损伤力学[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 1990.
- [4] 吴政, 张承娟. 单向荷载作用下岩石损伤模型及其力学特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1996, 15(1): 55—61.
- [5] 杨圣奇, 徐卫亚, 韦立德, 等. 单轴压缩下岩石损伤统计本构模型与试验研究[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2004, 32(2): 200—20.
- [6] 曹文贵, 张升. 基于 Mohr—Coulomb 准则的岩石损伤统计分析方法研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2005, 32(1): 43—47.
- [7] 曹文贵, 方祖烈, 唐学军. 岩石损伤软化统计本构模型之研究 [J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17(6): 628—633.
- [8] 徐卫亚, 韦立德. 岩石损伤统计本构模型的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(6): 787—791.
- [9] 曹文贵, 赵明华, 唐学军. 岩石破裂过程的统计损伤模拟研究 [J]. 岩土工程学报, 2003, 25(2): 184—187.
- [10] 杨明辉, 赵明华, 曹文贵. 岩石损伤软化统计本构模型参数的确定方法[J]. 水利学报, 2005, 36(3): 345—349.
- [11] LEMAITRE J. How to use damage mechanics[J]. Nuclear Engineering and Design, 1984, 80(3): 233—245.
- [12] 任建喜, 葛修润. 单轴压缩岩石损伤演化细观机理及其本构模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(4): 425—431.
- [13] 任建喜. 三轴压缩岩石细观损伤扩展特性 CT 实时检测[J]. 实验力学, 2001, 16(4): 387—394.
- [14] 赵法锁, 张伯友, 彭建兵, 等. 仁义河特大桥南桥台边坡软岩流变性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(10): 1527—1532.
- [15] 赵锡宏, 孙红, 罗冠威. 损伤土力学[M]. 上海: 同济大学出版社, 2000.