

基于卷积自编码傅里叶神经算子的声波速度反演方法

李 谦, 赵海霞*, 白钊蔚, 郝禹帆

(西安交通大学 数学与统计学院, 陕西 西安 710049)

摘要: 【背景】地震波反演是利用地震波的到达时间、振幅和波形等信息获取地下介质构造、岩性和物性特征的有效手段。基于波动方程的地震反演方法利用正演模拟技术不断迭代更新模型参数, 这通常需要大量的数值模拟和优化计算, 耗费大量的计算资源和时间。近年来, 以傅里叶神经算子(FNO)为代表的神经算子学习引起了广泛关注。然而, 在复杂介质地震波反演中, 原始 FNO 结构无法有效学习地质结构变化剧烈的波场信息, 导致其反演结果准确性不高。【目的和方法】为了提升 FNO 在复杂地质模型下学习地震波场信息的准确性和泛化性能, 提出了一种新颖的声波速度反演方法——卷积自编码傅里叶神经算子(CAE-FNO)。CAE-FNO 利用编码器进行特征提取, 并基于 FNO 进行高效训练, 以更好地捕捉波场的细微特征并提高预测精度。CAE-FNO 在网络训练过程中逐层减小傅立叶模的规模, 从而有效减少网络参数的数量, 同时增强网络的泛化能力。【结果和结论】通过对均匀、非均匀、层状和 Marmousi2 等模型进行数值实验验证, 结果表明: CAE-FNO 的反演精度显著优于 FNO 及其变体 UFNO 和 UNO。在均匀介质模型中, CAE-FNO 的速度反演结果相对误差为 1.3%, 而 UFNO 与 UNO 的反演结果相对误差分别为 1.7%、2.3%, FNO 的误差高达 10.1%。在非均匀模型中, CAE-FNO 准确反演地质结构和速度变化位置, 而 UFNO 和 UNO 在速度变化剧烈区域的误差相对较大。层状模型中, CAE-FNO 能够清晰区分不同层间的微小速度变化, 而 FNO 无法明显区分。在 Marmousi2 模型的平滑区域和突变区域, CAE-FNO 较 UFNO 和 UNO 更能准确捕捉不规则的速度变化界面, FNO 则无法有效处理这些区域的速度突变与细节变化。CAE-FNO 通过更低的损失函数值和更高的反演精度, 展示了其在复杂介质反演中的优势, 为地震反演技术提供新的研究思路。

关 键 词: 地震波反演; 傅里叶神经算子; 卷积自编码器; 深度学习; 数据驱动

中图分类号: P631 **文献标志码:** A

An acoustic velocity inversion method based on convolutional autoencoder - Fourier neural operator

LI Chen, Zhao Haixia *, BAI Zhaowei, HAO Yufan

(School of Mathematics and Statistics, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: [Background] Seismic wave inversion serves as an effective method for obtaining the characteristics of structures, lithology, and physical properties of subsurface media using the arrival times, amplitude, and waveforms of seismic waves. Seismic inversion methods based on wave equations iteratively update model parameters using forward modeling. This generally involves extensive numerical simulations and optimization calculations, requiring large quantities of computational resources and time. In recent years, neural operators for deep learning, represented by the Fourier neural operator (FNO), have gained widespread attention. However, the original FNO structure fails to effectively learn the wavefield information with sharp changes in geological structures in the seismic wave inversion of complex media, leading to low accuracy of inversion results. [Objective and Methods] To enhance the accuracy and generalization performance of FNO in learning seismic wavefield information under complex geological models, this study developed a novel acoustic velocity inversion method—Fourier neural operator based on convolutional autoencoder (CAE-FNO), which utilized an encoder for feature extraction and performed efficient training based on FNO to effectively capture the fine features of the seismic wavefield and improved prediction accuracy. During the network training, the CAE-FNO method progressively reduced the size of the Fourier mode, thus effectively reducing the number of network parameters while enhancing the generalization capability of the network. [Results and Conclusions] The numerical

收稿日期: 2024-02-28;

基金项目: 国家重点研发计划“变革性技术关键科学问题”重点专项项目(2021YFA0716901)、国家自然科学基金面上项目(41974132)、中央高校基本科研业务费专项资金资助(xzy012023050)

第一作者: 李谦, 2001 年生, 女, 湖南益阳人, 博士生, 研究方向为复杂介质地震波正演模拟与参数反演。E-mail: 15717575206@163.com。

通信作者: 赵海霞, 1985 年生, 女, 甘肃庆阳人, 博士, 副教授, 主要从事地震波传播理论及其数值模拟、深度学习在地震正反演中的应用研究工作。Email: haixia19861220@163.com

experiments on homogeneous, heterogeneous, layered, and Marmousi2 models demonstrate that the CAE-FNO method exhibited significantly higher inversion accuracy than FNO and its variants UFNO and UNO. The experiments on the homogeneous model revealed that the velocity inversion results of the CAE-FNO method had a relative error of 1.3% and those of UFNO, UNO, and FNO exhibited relative errors of 1.7%, 2.3%, and up to 10.1%, respectively. In the experiments on the heterogeneous model, CAE-FNO yielded accurate inversion results of geological structures and velocity change positions, whereas UFNO and UNO exhibited higher errors for zones with sharp velocity fluctuations. During the experiments on the layered model, CAE-FNO clearly distinguished minor velocity changes between layers, while FNO failed. For both smooth zones and zones with abrupt changes in the Marmousi2 model, CAE-FNO exhibited higher accuracy in capturing irregular interfaces with velocity changes than UFNO and UNO, while FNO failed to effectively handle the abrupt changes in velocity and detail changes in these zones. Therefore, the CAE-FNO method, demonstrating small loss functions and high accuracy, enjoys advantages in the inversion of complex media, providing a novel research philosophy for seismic inversion.

Keywords: seismic wave inversion; Fourier neural operator; convolutional autoencoder; deep learning; data-driven

地震反演是通过分析地震波传播特性反推地下介质的构造信息及岩性物性参数的技术，是储层表征的重要手段。声波反演技术因其广泛应用于油气勘探，能够获取地下复杂地质构造信息，具有重要的实际应用价值。然而，随着勘探区域和目标的复杂化，传统的反演方法，如全波形反演和射线追踪方法，面临计算成本高、处理复杂介质和多次散射效果有限等问题，这些限制影响了反演的精度和效率^[1-5]。因此，研发更高效、精确和自动化的反演方法已成为当前地震反演技术的重要研究方向。深度学习方法在地震波反演中的应用日益受到关注，它的迅猛发展为地震波反演带来了新的可能性和突破。

深度学习方法可分为模型驱动和数据驱动两种类型。模型驱动方法将物理定律直接融入网络学习过程，避免了传统方法所需的离散化近似而带来的数值频散和算法格式稳定性问题。物理信息神经网络（PINN）^[6]便是此类方法中的典型代表，PINN 通过在神经网络的损失函数中引入物理约束，能够有效地解决复杂的物理问题^[7-10]；PINN 也逐渐应用于地震波反演问题中^[11-14]。数据驱动方法则通过利用大规模数据进行训练，实现了模型的自动化特征提取，进一步提高了反演问题求解的精度和鲁棒性^[15-19]。

然而，目前大多数深度学习方法通常针对特定的介质参数和震源位置进行训练。当介质模型或震源位置发生变化时，需要重新训练网络，导致计算成本的增加。神经算子学习通过创新网络架构，实现无限维空间映射，减少重新模拟所需计算量^[20]。该方法在处理高维偏微分方程和无限维空间映射方面表现优越，已应用于图像处理、实时预测、故障检测等多个领域^[21-23]。随后在神经算子的基础上引入了傅里叶积分算子，得到了计算更加简化的傅里叶神经算子^[24]。

近年来FNO在地震波正反演研究中受到广泛关

注^[25-27]，展现了其在声波反演中具有潜在的应用前景。研究表明，FNO 在处理多震源地震波场时具有良好的适应性，并增强了对不同震源情况下的处理能力^[25,28]。与此同时，将 FNO 进行改进成为一种趋势。例如，通过与卷积神经网络（CNN）和 U-net 结构结合得到的 U-FNO^[29]、UNO^[30]，进一步提升了 FNO 在处理高频信息和复杂波场中的表现^[29]。此外，物理驱动的深度学习方法与傅里叶空间中的神经算子结合，求解各向异性介质声波方程^[31]，这些改进使得 FNO 在更复杂的地质结构中表现出更高的准确性和数据利用率。针对三维地震波传播的研究，研究者们进一步通过将深度维度转换为时间维度，成功解决了时间维度扩展带来的问题^[32-33]，并进一步应用于地震危害分析^[34]。这些新方法为地震波研究和地球内部结构探测提供了新的可能性。

基于原始 FNO 结构的声波反演方法在复杂介质中无法有效学习地质结构变化剧烈的波场信息，导致其反演结果准确性不高。因此，本研究的目的在于探索一种结合卷积自编码器的 FNO 声波速度反演方法，弥补传统反演方法受限于反演理论的复杂性和庞大计算需求的不足，从而提高反演的精度、效率、稳定性和可靠性，进一步推动地震反演技术向智能化的方向发展。

1 方法原理

1.1 声波方程

二阶声波方程

$$\begin{aligned}\frac{\partial p}{\partial t} &= -c^2(\mathbf{x})\rho(\mathbf{x})\nabla \cdot \mathbf{u} + f(\mathbf{x}, t) \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho(\mathbf{x})}\nabla p\end{aligned}\quad (1)$$

本文基于声波方程利用CAE-FNO实现不同介质的声波速度参数反演。在反演过程中，利用交错网

格有限差分法计算得到具有多个震源的声波波场信息作为初始条件^[35]，通过CAE-FNO反演模型参数—波速 c ，并将反演结果与原始FNO及其变体UFNO和UNO进行对比。

1.2 网络结构

FNO可利用有限的观测输入和输出数据集学习两个无限维空间之间的映射。在利用FNO求解声波波动方程反演问题时，输入的初始条件可以是模型地质结构、震源位置、以及地震波场快照等信息，输出为声波速度。FNO中傅里叶层的数学表达为：

$$(\mathcal{K}(\phi)c_k)(x_i, x_j) = \mathcal{F}^{-1}(R_\phi \cdot (\mathcal{F}u_k))(x_i, x_j), \forall (x_i, x_j) \in D \quad (2)$$

$$u_{k+1}(x_i, x_j) = \sigma(Wu_k(x_i, x_j) + \mathcal{K}(\phi)u_k(x_i, x_j)) \quad (3)$$

$$Loss = \sum_i \sum_j [c_{ref}(x_i, x_j) - c_{pred}(x_i, x_j)]^2 \quad (4)$$

FNO 在傅里叶空间中参数化神经算子的积分核，利用快速傅里叶变换实现积分算子的高效计算，并

且作为神经算子具有良好的泛化能力。然而，在处理复杂模型时，为了获得更优训练效果，通常需要手动调整傅里叶层数及傅里叶模等参数的取值。这种做法虽然有助于优化网络性能，但往往会降低网络的泛化能力，并且增加网络学习时间。因此，为了进一步优化 FNO 的结构，提高其在复杂地质模型下学习地震波场信息的准确性和泛化性能，需要考虑系统性的改进。复杂介质中地震波场响应特征差异大，要求网络能够更有效地提取特征信息。因此，本文提出的 CAE-FNO 网络结构如图 1 所示，在傅里叶神经算子的基础上增加卷积自编码器，包括编码器、傅里叶神经算子、解码器三部分，每个网络模块的参数设置详见表 1。首先对输入信息进行编码，以获得更多关键细微特征。编码完成后的数据进入逐层降维的傅里叶神经算子进行训练。随后，数据进入解码器进行解码，将解码结果与相应编码层的 FNO 学习结果进行拼接。最终，通过线性层的处理，网络输出预测结果。

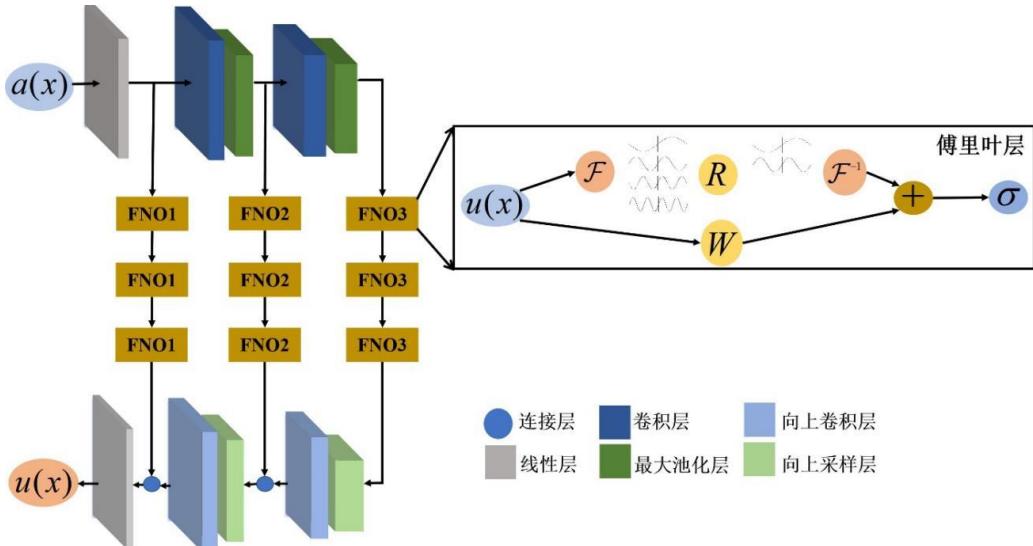


图1 CAE-FNO网络框架

Fig.1 Network architecture of CAE-FNO

表1 CAE-FNO网络模块的参数设置

Table 1 Parameters of the CAE-FNO network modules

编码器		多层 FNO			解码器	
层	分辨率通道数	层	模宽度	层	分辨率通道数	
Input	256, 256 1			Output	256, 256 1	
Linear	256, 256 16	Multi-FNO1	(12, 16)	Linear	256, 256 3	
Conv1	256, 256 16			UpSample1	256, 256 8	
Maxpool1	128, 128 16	Multi-FNO2	(8, 16)	UpConv1	128, 128 16	
Conv2	128, 128 32			UpSample2	128, 128 16	
Maxpool2	64, 64 32	Multi-FNO3	(4, 32)	UpConv2	64, 64 16	

这一端到端的流程旨在通过对输入信息的编码、FNO 学习、降维和解码等步骤, 使网络更有效地理解利用复杂的特征信息, 从而获得最终准确的预测结果。值得注意的是, 在训练过程中逐层减少的傅里叶模使得网络参数大幅减少, 从而能够更有效地减少训练时间。CAE-FNO 网络用于声波速度参数反演的数学表达式为

$$\begin{aligned} c^{k+1} &= \text{Maxpool}(\text{Conv}(c^k)), k = 0, \dots, n; c_f^k = \text{FNO}(u^k) \\ c^{m-1} &= \text{Concat}(\text{UpSample}(\text{UpConv}(c^m)), c_f^{m-1}), m = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (5)$$

(5)

2 算例分析

在本节中, 基于均匀模型、非均匀模型、层状模型和 Marmousi2 模型平滑及突变区域, 并在多震源条件下利用 CAE-FNO 反演声波速度参数, 通过数值算例阐述 CAE-FNO 在声波反演中的适用性和效率, 并与原始 FNO 及其变体的反演结果进行对比分析。选取了 6 个不同位置的震源, 分别位于地表中心、介质中心, 以及第一至第四象限中心, 以覆盖地质模型不同区域的情况。通过数值算例对比展示 CAE-FNO 与 FNO 及其变体在不同类型地质模型下的反演效果, 并分析 CAE-FNO 在多震源条件下的性能和稳健性。这些实验将有助于评估 CAE-FNO 算法的适用性和效率。

2.1 参数设置

实验中选取的震源为点源, 震源函数为

$$f(t) = [1 - 2(\pi f_m(t - t_0))^2] e^{-(\pi f_m(t - t_0))^2} \quad (6)$$

其中 $f_m = 20$ Hz 为 Ricker 子波主频, $t_0 = 0.125$ s 为延迟时间。介质模型中定义空间域为 256×256 的网格, 网格间隔 $dx = dz = 10$ m。选取了 6 个不同位置的震源, 分别位于地表中心(1 280 m, 10 m), 介质中心(1 280 m, 1 280 m), 第一象限中心(1 920 m, 640 m), 第二象限中心(640 m, 640 m), 第三象限中心(640 m, 1 920 m), 以及第四象限中心(1 920 m, 1 920 m), 这些震源位置的选择涵盖了地质模型的不同区域, 用于评估声波反演算法的效果和准确性。

实验中选用四类典型的介质模型, 其中均匀介质模型中声波速度范围为 [2 000 m/s, 3 000 m/s]; 非均匀介质模型速度随空间位置变化, 如下式所示,

$$v(x, z) = v_0 \times \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\left(\frac{x}{1000} - 1\right)^2 + \left(\frac{z}{1000} - 1\right)^2\right]\right\} \quad (7)$$

其中 $v_0 \in [2000 \text{ m/s}, 3000 \text{ m/s}]$ 。

三层水平层状介质模型中每层的速度范围分别为 [2 000 m/s, 3 000 m/s], [2 500 m/s, 3 500 m/s], [2 000 m/s, 3 000 m/s]; 复杂模型选择 Marmousi2 模型中部分平滑及突变区域, 包含多层和速度变化较快的地质结构。通过上述给定的速度模型和不同震源位置利用交错网格有限差分法进行数值模拟, 得到对应速度模型及震源位置下的波场快照, 用于网络训练和测试。

不同速度模型下均选用 500 个分辨率为 256×256 地震数据作为训练集进行训练, 100 个分辨率为 256×256 地震数据作为测试集进行测试, 并且使用 Adam 优化器进行 200 步迭代的训练, 初始学习率为 0.0025, 每迭代 10 步学习率减半, 防止振荡和过度调整, 实现更稳定的训练使模型更有效地收敛到最佳解。CAE-FNO 框架中采用三个 FNO 层, 网络中的超参数傅里叶模与宽度分别设置为 12 和 16, 其中傅里叶模在模型中逐层递减, 而宽度逐层增加, 以便提取更丰富的特征信息。同时, 基于 FNO 的反演中超参数傅里叶模和宽度参照原始 FNO 的设置^[25], 将其分别设置为 12 和 32 进行训练。

2.2 实验结果

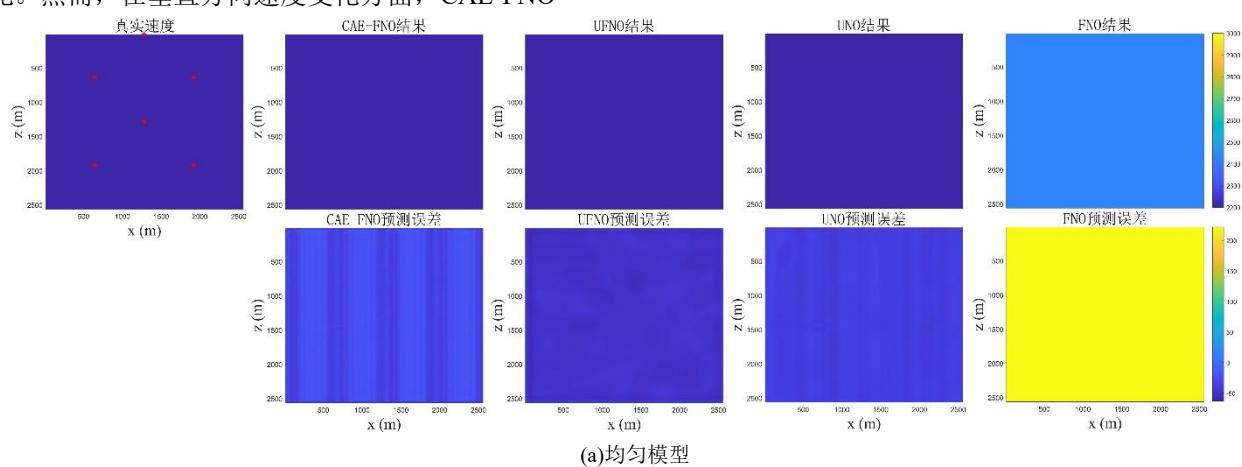
使用数值模拟得到的波场数据作为输入, 进入网络学习得到速度反演结果, 并将已知的速度模型作为参考解, 分别对 CAE-FNO 和 FNO 及其变体 UFNO 和 UNO 四种网络在上述训练集下进行训练。四种网络模型在不同速度模型及不同震源位置下的反演结果如图 2 所示, 图中的 5 种介质模型分别为均匀模型、非均匀模型、层状模型、Marmousi2 的平滑区域、Marmousi2 的突变区域的反演结果, 结果图中第一列表示真实速度模型以及震源位置, 第二到第五列分别展示了 CAE-FNO、UFNO、UNO、FNO 的预测结果及其预测误差。图 2a 表明均匀介质模型中四方法均能反演出一个近似的速度, 其中真实速度为 2 201 m/s, CAE-FNO 的反演结果为 2 171 m/s, 相对误差为 1.3%; UFNO 的反演结果为 2 162 m/s, 相对误差为 1.7%; UNO 的反演结果为 2 150 m/s, 相对误差为 2.3%; FNO 的反演结果为 2 423 m/s, 相对误差为 10.1%。根据实验结果能够发现 CAE-FNO 的反演结果与真实速度更接近, 误差更小; 如图 2b 所示, 对于非均匀介质 CAE-FNO 能够准确反演地

质结构、速度变化位置,其反演误差主要为速度值的差异。UFNO 的反演结果与 CAE-FNO 相比在数值上存在一些细微差异,预测误差主要集中在速度变化剧烈的中心区域。UNO 方法的反演结果在数值和预测误差图中均表现出更为显著的误差。而 FNO 的反演结果与速度真值存在较大差距,并且无法准确预测速度变化区域的范围,导致对地质结构变化的反映不够精准。根据上述两种模型的预测结果可以观察到,CAE-FNO 在较为简单的模型中与 UFNO、UNO 的表现相差不大,但显著优于 FNO。

为了更加突出 CAE-FNO 模型的优势,针对更为复杂的介质模型进行学习。图 2c 表明在层状介质模型中 CAE-FNO 展现出较好的反演能力,能够准确区分第一层和第三层中细微的速度变化,并清晰地划分不同介质层之间的分界面。相比之下,UFNO 与 UNO 也能够识别层与层之间的细微变化,但在分界面处的反演结果相对模糊。而 FNO 的预测结果虽然能够区分界面,却未能明显区分第一层和第三层之间的微小速度差异。为了更细致的进行对比分析,图 3 展示了 CAE-FNO、UFNO、UNO、FNO 在层状模型下速度参数的变化曲线。通过速度曲线对比图可以看出,四种模型都能够学习到层状的结构。CAE-FNO 的反演结果在真实速度取值处存在波动,但整体结果与真实值较为接近。相比之下,尽管 UFNO 与 UNO 的反演结果也在真实速度处有波动,但波动较为显著。此外,可以观察到 FNO 的结果与相应位置的真实速度数值存在较大差异。根据图 2d 展示的结果,可以观察到四种模型在 Marmousi2 模型的平滑区域表现的差异。CAE-FNO、UFNO 和 UNO 三种模型都能够有效地学习到水平方向速度的变化。然而,在垂直方向速度变化方面,CAE-FNO

的表现尤为突出,能够较好地捕捉到垂直方向上速度界面的变化。相比之下,UFNO 和 UNO 在学习速度变化界面时表现较为模糊(红色框所示部分)。而 FNO 则仅能够学习到水平方向的速度变化,对于垂直方向的变化无法进行有效学习,并且在局部突变区域的表现也不理想,从而忽略了突变区域的地质结构信息。在图 2e 中介质模型的复杂程度增加,速度变化不再局限于水平和垂直方向,这也导致了学习难度的增加。从预测结果及预测误差可以看出,CAE-FNO、UFNO 和 UNO 三种模型可较为准确地反演复杂的地质结构信息。然而,UFNO 和 UNO 在速度变化较大的区域(红色框所示部分),两者的学习效果较差,且 UNO 反演结果较为模糊。相比之下,FNO 只能学习到模型的大致结构特征,而无法学习复杂模型的速度突变结构及其细节变化,模糊化现象较为严重,在复杂介质模型中 FNO 的学习效果显著降低。

上述五种模型测试结果表明 CAE-FNO 能够在不同的震源位置下更准确地反演不同类型地质模型的速度分布,并且有效地捕捉速度变化剧烈的地质结构区域。图 4 展示了 CAE-FNO、UFNO、UNO 和 FNO 在部分 Marmousi2 模型中训练集损失函数曲线的对比,可以明显看出 CAE-FNO 的损失函数值相较于其余三种方法更小,表明其训练效果更佳,训练效果的准确度更高。此外,根据在测试集上的损失值对比能够发现,CAE-FNO 具有更强的泛化能力,即使用于测试的波场快照与参与训练的波场快照在震源位置和速度模型有所差异,通过已训练的网络模型进行测试,仍有较高预测精度,说明 CAE-FNO 通过已有数据的学习可以有效适应模型变化的情况。



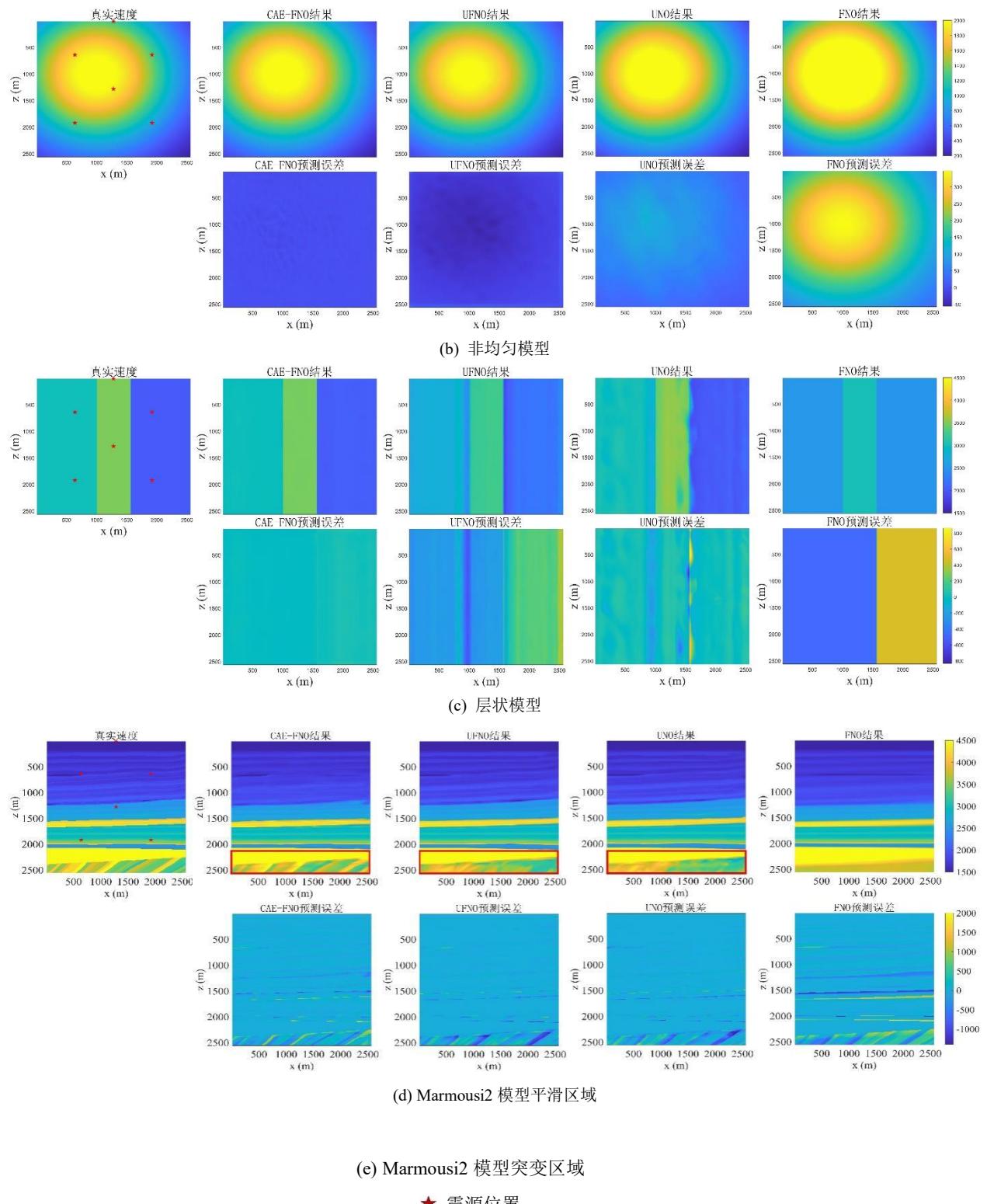


图 2 声波反演结果

Fig.2 Acoustic inversion results

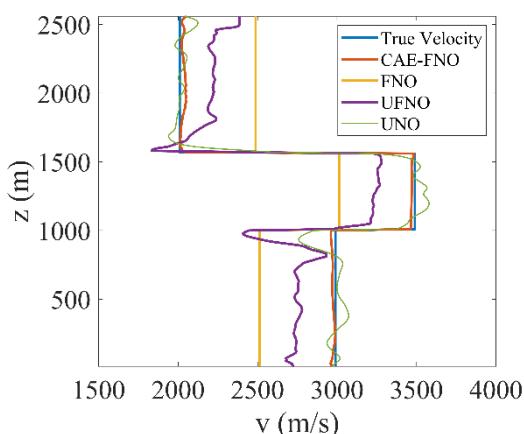


图 3 CAE-FNO 与 FNO 及其变体 UFNO、UNO 关于水平层状介质模型预测结果速度随深度变化曲线

Fig.3 Depth-varying velocity curves of the horizontal layered medium model predicted using CAE-FNO, FNO, and FNO's variants UFNO and UNO

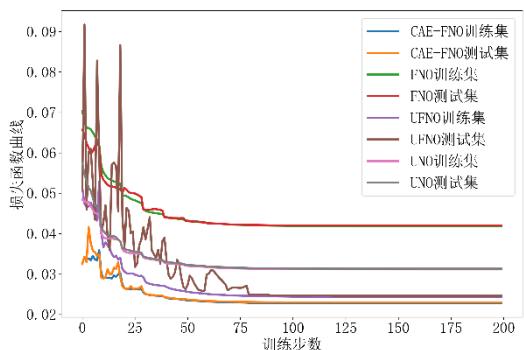


图 4 CAE-FNO 与 FNO 及其变体 UFNO、UNO 在部分 Marmousi2 模型的网络训练损失函数曲线

Fig.4 Loss function curves for the network training of CAE-FNO, FNO, and FNO's variants UFNO and UNO using part of the Marmousi2 model

3 讨论

3.1 CAE-FNO 训练效率

本文所提出的 CAE-FNO 通过交错网格有限差分法得到训练集及测试集, 基于训练集训练网络, 训练完成后, 利用得到的网络模型可同时预测多个速度模型。根据本文算例结果, CAE-FNO 对 500 个地震数据进行训练所需总时间为 45 min, 而对 100 个测试数据进行预测所需总时间仅为 1min, 并且在训练的过程中不需要给定初始速度模型, 降低了对初始模型的依赖性, 同时也能够得到较好的预测结果。

而传统全波形反演(FWI)方法^[36]需要通过给定初始速度模型, 首先在设定的震源位置上, 使用正演模拟方法模拟地震波的传播。再将模拟的地震数据与观测地震数据进行比较, 计算它们之间的残差。最后通过优化算法, 调整初始模型, 以减小模拟数据与观测数据之间的残差。优化的目标是使模拟数据与观测数据尽可能匹配, 从而得到更精确的地下介质模型。反复进行地震正演模拟与计算残差的步骤, 达到设定的终止条件, 得到最终的速度反演结果。在 FWI 的过程中初始模型依赖度高, 其会影响反演过程中的收敛速度和最终结果的准确度。并且 FWI 获得 1 个同等大小的速度模型所需时间约为 3 min, 进行多个模型的训练与测试需要消耗的时间更长。这说明 CAE-FNO 相对于其传统 FWI 方法能够更加高效地进行声波速度反演。通过过程分析可以发现, CAE-FNO 在学习过程中基于数据进行训练, 这样使得网络的可解释性降低, 这方面的工作需下一步深入研究。

3.2 速度参数反演的不确定性分析

本文中的数值实验主要使用交错网格有限差分法生成地震数据, 数据的信噪比较高, 因此不会出现由于低信噪比导致参数估计不确定性增加的问题。然而, 模型参数化、先验信息的选择、计算方法以及算法选择等均可导致反演的不确定性, 主要体现在神经网络的学习过程中。由于神经网络具有非线性和随机性质, 其训练过程中存在一定的不确定性, 因此每次训练的结果可能略有不同。为了评估预测结果的可信度, 可以考虑使用平均值和置信区间的方法。对多次预测结果进行平均, 并计算它们的标准差, 可以得到更准确的预测区间。这种方法有助于更好地理解神经网络的预测能力, 并降低由于随机性引起的不确定性。在实际情况中, 观测数据往往包含噪声。为了降低噪声对学习准确度的影响, 可以在网络进行学习之前对数据进行预处理。使用地震波去噪方法对数据进行处理, 可以有效减少噪声对预测结果的干扰。

4 结论

- (1) 提出利用卷积自编码傅里叶神经算子(CAE-FNO)进行声波速度反演的新方法。
- (2) 该方法对原始 FNO 进行了改进, 结合了用于特征提取的编码和解码网络结构, 使得算子学习

能够从丰富的特征信息中进行高效学习，从而提高复杂介质模型的反演精度和效率。并且逐层减少傅里叶模，这不仅降低了网络对参数傅里叶模的依赖性，还有效减少了网络参数的数量。这种结构优化策略有助于提高模型的泛化能力，使其在不同的地质模型中均能保持稳定的性能。

(3) 在多震源条件下进行的数值实验结果表明，CAE-FNO 在反演精度和计算效率方面均优于现有的 FNO 及其变体 UFNO 和 UNO。在训练集和测试集上，CAE-FNO 的损失函数值最低，这反映了其在不同地质模型下的适应性和泛化能力。

(4) 尽管 CAE-FNO 在多震源反演问题上性能良好，但仍存在一些局限性，例如对不同复杂介质的适应性有待进一步验证。未来的研究可以探讨如何进一步优化网络结构，提高其在不同地质条件下的鲁棒性和适应性，还需定量分析和研究反演的不确定性。

符号注释：

c 为声波传播速度，m/s； c_{ref} 为参考解； c_{pred} 为预测解； c^{k+1} 为经过编码层的输出； c^k_f 为经过 FNO 的输出； c^{m-1} 为经过解码层的输出；conv 为卷积操作； D 为求解域； f 为震源函数； f_m 为 Ricker 子波主频，Hz； F 和 F^1 分别表示为傅里叶变换及其逆变换； K 为傅里叶积分算子；Maxpool 为最大池化操作； p 为应力，N/m²； t_0 为延迟时间，s； t 为时间变量，s； $\mathbf{u} = (v, u)$ 为水平和垂直方向的粒子速度，m/s；UpSample 为向上采样；UpConv 为卷积操作； W 为线性函数； $\mathbf{x} \in D \subset \mathbb{R}^2$ ； v_0 为非均匀介质的速度，m/s； ρ 为密度，kg/m³； σ 为激活函数； R_ϕ 由 $\phi \in \Theta_\kappa$ 参数化的神经网络。

参考文献 (References)

- [1] 杨培杰. 砂泥岩储层孔隙度和含水饱和度同步反演[J]. 地球物理学报, 2018, 61(2): 673 - 682.
YANG Peijie. Porosity and water saturation simultaneous inversion for sand-mudstone reservoir[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2018, 61(2): 673 - 682.
- [2] 韩宏伟, 程远锋, 张云银, 等. 储层物性的地震预测技术综述[J]. 地球物理学进展, 2021, 36(2): 595 - 610.
HAN Hongwei, CHENG Yuanfeng, ZHANG Yunxin, et al. Review of seismic prediction of reservoir geophysical properties[J]. Progress in Geophysics, 2021, 36(2): 595 - 610.

- [3] CHOPRA S, MARFURT K J. Seismic attributes—a historical perspective[J]. Geophysics, 2005, 70(5): 3SO - 28SO.
- [4] VIRIEUX J, OPERTO S. An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics[J]. Geophysics, 2009, 74(6): WCC127.
- [5] ZELT C A, SMITH R B. Seismic traveltime inversion for 2-D crustal velocity structure[J]. Geophysical Journal International, 1992, 108(1): 16 - 34.
- [6] RASHT-BEHESHT M, HUBER C, SHUKLAK, et al. Physics-informed neural networks (PINNs) for wave propagation and full waveform inversions[J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 2022, 127(5): e2021JB023120.
- [7] DWIVEDI V, PARASHAR N, SRINIVASAN B. Distributed physics informed neural network for data-efficient solution to partial differential equations[EB/OL]. 2019: 1907.08967. <https://arxiv.org/abs/1907.08967v1>
- [8] MENG Xuhui, LI Zhen, ZHANG Dongkun, et al. PPINN: Parareal physics-informed neural network for time-dependent PDEs[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2020, 370: 113250.
- [9] WU Chenxi, ZHU Min, TAN Qinyang, et al. A comprehensive study of non-adaptive and residual-based adaptive sampling for physics-informed neural networks[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2023, 403: 115671.
- [10] CHEN Yanlai, KOOHY S. GPT-PINN: Generative Pre-Trained Physics-Informed Neural Networks toward non-intrusive Meta-learning of parametric PDEs[J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2024, 228: 104047.
- [11] SONG Chao, LIU Yang, ZHAO Pengfei, et al. Simulating multicomponent elastic seismic wavefield using deep learning[J]. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2023, 20: 3001105.
- [12] WU Yanqi, AGHAMIRY H S, OPERTO S, et al. Helmholtz-equation solution in nonsmooth media by a physics-informed neural network incorporating quadratic terms and a perfectly matching layer condition[J]. Geophysics, 2023, 88(4): T185 - T202.
- [13] SONG Chao, ALKHALIFAH T, WAHEED U B. Solving the frequency-domain acoustic VTI wave

- equation using physics-informed neural networks[J]. *Geophysical Journal International*, 2021, 225(2): 846 – 859.
- [14] SONG Chao, ALKHALIFAH T A. Wavefield reconstruction inversion *via* physics-informed neural networks[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2022, 60: 5908012.
- [15] SHAKEEL M, NISHIDAKI, ITOYAMA K, et al. 3D convolution recurrent neural networks for multi-label earthquake magnitude classification[J]. *Applied Sciences*, 2022, 12(4): 2195.
- [16] BERHICH A, BELOUADHA F Z, KABBAJ M I. LSTM-based models for earthquake prediction[C]//Proceedings of the 3rd International Conference on Networking, Information Systems & Security. Marrakech Morocco. ACM, 2020.
- [17] ZHENG Qiqi, WEI Chao, YAN Xinfei, et al. Seismic elastic parameter inversion *via* a FCNN and GRU hybrid network with multi-task learning[J]. *Applied Sciences*, 2023, 13(18): 10519.
- [18] MOUSAVI S M, ELLSWORTH W L, ZHU Weiqiang, et al. Earthquake transformer—an attentive deep-learning model for simultaneous earthquake detection and phase picking[J]. *Nature Communications*, 2020, 11(1): 3952.
- [19] WANG Tiantong, TRUGMAN D, LIN Youzuo. SeismoGen: Seismic waveform synthesis using GAN with application to seismic data augmentation[J]. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 2021, 126(4): e2020JB020077.
- [20] LI Zongyi, KOVACHKI N, AZIZZADENESHELI K, et al. Neural operator: Graph kernel network for partial differential equations[J]. *ArXiv e-Prints*, 2020: arXiv: 2003.03485.
- [21] LU Lu, JIN Pengzhan, PANG Guofei, et al. Learning nonlinear operators *via* DeepONet based on the universal approximation theorem of operators[J]. *Nature Machine Intelligence*, 2021, 3(3): 218 – 229.
- [22] CAI Shengze, WANG Zhicheng, LU Lu, et al. DeepM\&Mnet : Inferring the electroconvection multiphysics fields based on operator approximation by neural networks[J]. *Journal of Computational Physics*, 2021, 436: 110296.
- [23] CAO Qianying, GOSWAMI S, KARNIADAKIS G. LNO: Laplace neural operator for solving differential equations[J]. *Nat. Mac. Intell.*, 2023, 6: 631 – 640.
- [24] LI Z, KOVACHKI N, AZIZZADENESHELI K, et al. Fourier neural operator for parametric partial differential equations [J]. *arXiv preprint arXiv:201008895*, 2020.
- [25] LI Bian, WANG Hanchen, FENG Shihang, et al. Solving seismic wave equations on variable velocity models with Fourier neural operator[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2023, 61: 4508618.
- [26] SONG Chao, WANG Yanghua. High-frequency wavefield extrapolation using the Fourier neural operator[J]. *Journal of Geophysics and Engineering*, 2022, 19(2): 269 – 282.
- [27] 潘代英, 何清龙. 基于改进的傅里叶神经算子数值求解频率域声波方程[J]. *运筹与模糊学*, 2023, 13(6): 5978 – 5990.
- PAN Daiying, HE Qinglong. Numerical solution of frequency-domain acoustic wave equation based on improved Fourier neural operator[J]. *Operations Research and Fuzziology*, 2023, 13(6): 5978 – 5990.
- [28] YANG Yan, GAO A F, AZIZZADENESHELI K, et al. Rapid seismic waveform modeling and inversion with neural operators[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2023, 61: 5906712.
- [29] WEN Gege, LI Zongyi, AZIZZADENESHELI K, et al. U-FNO—An enhanced Fourier neural operator-based deep-learning model for multiphase flow[J]. *Advances in Water Resources*, 2022, 163: 104180.
- [30] RAHMAN M A, ROSS Z E, AZIZZADENESHELI K. U-NO: U-shaped neural operators[J]. *ArXiv e-Prints*, 2022: arXiv: 2204.11127.
- [31] KONUK T, SHRAGGE J. Physics-guided deep learning using Fourier neural operators for solving the acoustic VTI wave equation[C]//82nd EAGE Annual Conference & Exhibition. Amsterdam, The Netherlands, European Association of Geoscientists & Engineers, 2021.
- [32] LEHMANN F, GATTI F, BERTIN M, et al. Fourier neural operator surrogate model to predict 3D seismic waves propagation[J]. *ArXiv e-Prints*, 2023: arXiv: 2304.10242.
- [33] LEHMANN F, GATTI F, BERTIN M, et al. 3D elastic wave propagation with a Factorized Fourier Neural Operator (F-FNO)[J]. *Computer Methods in*

Applied Mechanics and Engineering, 2024, 420: 116718.

- [34] LEHMANN F, GATTI F, BERTIN M, et al. Seismic hazard analysis with a Factorized Fourier Neural Operator (F-FNO) surrogate model enhanced by transfer learning; proceedings of the NeurIPS 2023 AI for Science Workshop, F, 2023 [C].
- [35] ZHANG Yijie , ZHU Xueyu , GAO Jinghuai. Parameter estimation of acoustic wave equations using hidden physics models[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2020, 58(7): 4629 - 4639.
- [36] TARANTOLA A. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation[J]. Geophysics, 1984, 49(8): 1259.