

# 近区大回线双频组合电磁波地电探测 \*

苏发 (西安交通大学电子与信息工程学院微波所 710049)

侯召宇 (石家庄师范专科学院 050041)

**摘要** 双频组合电磁波是一种含有两种等幅、但不同频率成分的电磁波。本文根据场的分布特性,探讨了利用双频组合电磁波的近区地电异常探测、地电参数的提取及场的计算方法,为组合电磁波在工程中的应用摸索出了一条新途径。

**关键词** 双频组合电磁波 多频电磁法 环形载流回线

**中国图书资料分类法分类号** P631.325

**作者简介** 苏发 男 36岁 博士后 电磁场与微波技术

## 1 引言

目前,几乎所有的频域电磁测深方法都要求在距发射源足够远的波区进行,即要满足远区条件。而在实际工作中,远区条件常常不能被满足,测深不得不进入近区。这种在远区条件下建立的测深方法很难反映近区地电结构的电性变化特征,从而使得近区频域电磁测深成为地球物理工作者一直关注的问题。

造成近区难以进行频域电磁测深的主要原因是背景场的干扰。为了压制或最大限度地压制背景场的干扰,笔者在建立近区场的基础上,引入了双频组合波理论。关于双频问题,文献[1]中也曾有论述,但所提及的“双频法”是以测量同一时间下,不同频率不同幅度或不同时间、不同频率间的电磁波的频差为基础的测深方法。这里所指的双频组合波是含两种同幅、但不同频率成分的组合电磁波。

本文是以层状大地为模型,水平载流大回线为天线,通过近区场理论关系式,引入双频组合电磁波理论,探讨了利用双频组合电磁波进行近区地电勘探的方法,为电磁理论在工程技术中的应用作了有益的尝试。

## 2 环形载流回线近区场分布

对各向同性的均匀介质,在似稳情况下,电磁场的 Maxwell 方程为

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{E} = -i\mu\omega\mathbf{H}, \\ \nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \\ \nabla \times \mathbf{H} = \sigma\mathbf{E} \\ \nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \end{array} \right. \quad (1)$$

式中  $\omega$ ——圆频率;

$\sigma$ ——介质电导率;

$\mu$ ——磁导率;

$i = \sqrt{-1}$

由  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$ ,引入矢量势  $\mathbf{F}$ ,使得

$$\mathbf{E} = -i\mu\omega\nabla \times \mathbf{F} \quad (2)$$

代入(1)式得:

$$\mathbf{H} = -\nabla\Phi - k^2\mathbf{F}, \quad (3)$$

式中  $\Phi$ ——标量势;

$$k^2 = i\mu\omega\sigma.$$

由矢量关系公式和(1)、(3)式,并取

$$\nabla \cdot \mathbf{F} + \Phi = 0, \quad (4)$$

得到场的波动方程:

$$\nabla^2\mathbf{F} - k^2\mathbf{F} = 0. \quad (5)$$

\* 国家博士后科研基金资助项目

设一半径为  $a$  的载流 ( $I=I_0 e^{i\omega t}$ ) 回线位于层状大地表面, 取柱坐标系使回线中心与坐标原点重合; 载流回线坐标为  $r=a$ ,  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ,  $Z=0$ 。电流是  $Z=0$  平面上密度为  $j_\varphi$  的一个二维分布, 具有轴对称性, 利用 Dirac 函数可表示成:

$$j_\varphi(r) = I\delta(r-a)。 \quad (6)$$

对  $j_\varphi$  作 Fourier-Bessel 变换

$$S(m) = \int_0^\infty j_\varphi(r) J_1(mr) r dr, \quad (7)$$

其逆变换

$$j_\varphi(r) = \int_0^\infty S(m) J_1(mr) m dm. \quad (8)$$

将(6)式代入(7)式得:

$$S(m) = Ia J_1(ma), \quad (9)$$

式中  $m$ ——积分变量。

由电磁理论知, 这个电流分布将在空间激发电磁场。利用场的边界条件, 同时考虑到源的作用, 由波动方程及(2)、(3)式可得到载流回线在层状大地表面源近区的场分布<sup>[2]</sup>:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_\varphi = -i\mu_0 \omega \frac{Ia}{2} \int_0^\infty [1 + R_0(m)] J_1(ma) J_1(mr) dm \\ H_r = \frac{Ia}{2} \int_0^\infty m [1 + R_0(m)] J_1(ma) J_1(mr) dm \\ H_z = \frac{Ia}{2} \int_0^\infty m [1 + R_0(m)] J_1(ma) J_0(mr) dm. \end{array} \right. \quad (10)$$

式中  $R_0(m) = (N_0 - y_1)/(N_0 + y_1)$ ;  $(11)$

$$y_j = N_j \frac{y_{j+1} + N_j \tanh(m_j \cdot d_j)}{N_j + y_{j+1} \tanh(m_j \cdot d_j)},$$

$$N_0 = m / (i\mu_0 \omega);$$

$$N_j = m_j / (i\mu_j \omega);$$

$$m_j = (m^2 + k_j^2)^{1/2}$$

$$k_j^2 = i\mu_j \omega \sigma_j;$$

$$j = 1, 2, \dots, M;$$

$M$ ——层状大地的层数;

$\sigma_j$ ——第  $j$  层电导率;

$\mu_j$ ——第  $j$  层磁导率;

$d_j$ ——第  $j$  层厚度;

$\mu_0$ ——真空磁导率。

由(10)式可见, 场量由两部分构成: 其一(第一项)是自由空间载流回线场; 其二为层状介质对场的响应。通过分析场的特性可得到关于地电特征的各

种信息。

### 3 双频电磁波勘测方法

常规频域电磁测深法大都采用单一频率发射、单一频率测量, 根据电磁波的趋肤效应达到探测地下不明地电结构的目的。由于场分布的复杂性, 背景场的影响及各种人文干扰和环境影响, 这种单频方法受到限制。为此设想利用组合频率电磁波进行勘测, 双频组合电磁波就是其中一种<sup>[3]</sup>。

利用双频组合电磁波进行地电勘测是向大地介质提供一种含有两种等幅、不等频的交变组合电磁波。电磁波中的每一频率成分都将和空间中的介质发生相互作用激发出对应不同频率的电磁响应, 在空间形成一个双频复合场。这时每一频率成分都含有相同的背景场和不同的地电异常场, 通过不同频率场量间的某种频差值达到消除或最大限度地消除背景场及各种干扰的目的, 同时又可充分保留地电异常信息, 提高信噪比。如对于电磁场某一场量  $\Psi$ , 对应于不同频率  $\omega_1$  和  $\omega_2$  的场  $\Psi(\omega_1)$  和  $\Psi(\omega_2)$ , 频差为:

$$\Delta\Psi = \Psi(\omega_1) - \frac{\omega_1}{\omega_2} \Psi(\omega_2).$$

上述场量差值关系可有多种形式, 根据不同的实际情况可给出不同的差值关系式。频率  $\omega_1$  和  $\omega_2$  或  $\omega_1/\omega_2$  可根据不同的需要人为地选择, 且有相当大的灵活性。

### 4 地电参数的提取

对于载流大回线而言, 一般情况下即使在均匀半空间的情况下, 场也无法给出解析表达式, 给电性参数的提取带来了困难。由 Bessel 函数的性质知, 回线中心点处场的表示要简单的多。在回线中心  $r=0$  处只有磁场垂直分量,

$$H_z = \frac{Ia}{2} \int_0^\infty m [1 + R_0(m)] J_1(ma) dm.$$

此式在均匀大地情况下可给出解析表达式:

$$H_z = \frac{I}{k^2 a^3} [3 - (3 - 3ik_1 a - k^2 a^2) e^{ik_1 a}].$$

根据电磁波的传播规律及近区任意点和回线中心点处场之间的相关性, 近区任意点的参数提取可以借助载流回线中心点处均匀大地的场关系式来获

得。对场  $H_z$  将它分成正交分量  $QH_z$  和同相分量  $\text{In}H_z$  两部分：

$$H_z = \text{In}H_z + iQH_z.$$

利用双频组合波理论，并借助载流回线中心点处场关系式，在准静态情况下可给出层状大地表面载流回线近区任意点处的物性参数，即视电阻率定义<sup>[2]</sup>：

$$\rho_s = \mu_0 \omega_1 \left[ \frac{\sqrt{2} Ia^2 (1 - \sqrt{A})}{30 (\Delta QH_z)} \right]^{2/3}, \quad (12)$$

式中  $A = \omega_2/\omega_1$ ；

$$\Delta QH_z = QH_z(\omega_1) - \frac{(\omega_1)}{(\omega_2)} QH_z(\omega_2), \text{ 为层状大}$$

地表面任意点处磁场垂直分量  $H_z$  的正交部分  $QH_z$  对应频率  $\omega_1$  和  $\omega_2$  的双频差。

## 5 数值计算方法

由近区分布规律不难看出，其表达式是一个含双重 Bessel 函数与层状因子乘积的奇异积分。它的积分收敛性很差。据悉，目前对这类问题的处理还没有比较好的方法，给视电阻率的计算带来了困难。对(12)式，要得到层状大地视电阻率的计算结果，首先要给出场量的计算方法。由层状因子  $R_0(m)$  的表示式(11)式和 Besssl 函数的性质知，它们都是随变量增加而递减的函数，对一足够大的  $m^*$  可以认为它们趋于零。这样场量  $H_z$  可以写成：

$$H_z \approx \frac{Ia}{2} \int_0^{m^*} m [1 + R_0(m)] J_1(ma) J_0(mr) dm. \quad (13)$$

采用通常的方法直接对(13)式积分仍难保证积分的收敛。这主要是由于 Bessel 函数的振荡特性引起的。由振荡函数的性质知，两个振荡函数的乘积仍是

表 1 Bessel 函数近似表达式系数表

一个振荡函数，且振荡频率更高。但随变量的变化，振荡函数有一系列零点。利用 Bessel 函数的零点可将区间  $[0, m^*]$  上的积分按照乘积  $J_1(ma) \cdot J_0(mr)$  的零点分解成一系列积分区间上的非振荡积分之和：

$$H_z \approx \frac{Ia}{2} \sum_{n=1}^N \int_{x_{n-1}}^{x_n} m [1 + R_0(m)] J_1(ma) J_0(mr) dm \quad (14)$$

式中  $N$  ——  $0$  到  $m^*$  之间乘积  $[J_1(ma) J_0(mr)]$  的零点个数；

$x_0 = 0$  对应  $m = 0$ 。

这样在每一小的积分区间被积函数不再具有振荡特性，问题得到了简化。

Bessel 函数是一无穷级数，严格计算(14)式仍有困难，为此笔者利用 Bessel 函数的近似表达式<sup>[4]</sup>进一步简化积分：

当  $z < 4$  时，令  $t = z/4$ ， $(0 \leq t \leq 1)$ ，有逼近公式：

$$J_0(z) = ((((-a_1 t^2 + a_2) t^2 - a_3) t^2 + a_4) t^2 - a_5) t^2 + a_6) t^2 - a_7) t^2 + 1.0,$$

$$J_1(z) = ((((-b_1 t^2 + b_2) t^2 - b_3) t^2 + b_4) t^2 - b_5) t^2 + b_6) t^2 - b_7) t^2 + b_8) t;$$

当  $z \geq 4$  时，令  $t = 4/z$ ， $(0 < t \leq 1)$ ，有逼近公式：

$$J_0(z) = (p_0 \cdot C_0 - q_0 \cdot S_0) \sqrt{2/(\pi z)},$$

$$J_1(z) = (p_1 \cdot C_1 - q_1 \cdot S_1) \sqrt{2/(\pi z)},$$

$$\text{式中 } p_0 = ((((-c_1 t^2 + c_2) t^2 - c_3) t^2 + c_4) t^2 - c_5) t^2 + c_6) \sqrt{2\pi};$$

$$q_0 = ((((-e_1 t^2 + e_2) t^2 + e_3) t^2 - e_4) t^2 + e_5) t^2 - e_6) \sqrt{2\pi} \cdot t;$$

$$C_0 = \cos(z - \pi/4);$$

$$S_0 = \sin(z - \pi/4);$$

$$p_1 = ((((-f_1 t^2 - f_2) t^2 + f_3) t^2 - f_4) t^2 + f_5) t^2 - f_6) \sqrt{2\pi};$$

$j$ 值	$a_j$	$b_j$	$c_j$	$e_j$	$f_j$	$g_j$
$j=1$	0.0005014415	0.0001289769	0.0000037043	0.0000032312	0.0000042414	0.0000036594
$j=2$	0.0076771853	0.0022069155	0.0000173565	0.0000142078	0.0000200920	0.0000162200
$j=3$	0.0709253492	0.0236616773	0.0000487613	0.0000342468	0.0000580759	0.0000398708
$j=4$	0.4443584263	0.1777582922	0.0001734300	0.0000869791	0.0002232030	0.0001064741
$j=5$	1.7777560599	0.8888839649	0.0017530620	0.0004564324	0.0029218256	0.0006390400
$j=6$	3.9999973021	2.6666660544	0.3989422793	0.0124669441	0.3989422819	0.0374008364
$j=7$	3.9999998721	3.9999999710				
$=8$		1.9999999998				

$$q_1 = ((((-g_1 t^2 + g_2) t^2 - g_3) t^2 + g_4) t^2 - g_5) t^2 + g_6) \sqrt{2\pi} \cdot t;$$

$$C_1 = \cos(z - 0.75\pi);$$

$$S_1 = \sin(z - 0.75\pi);$$

式中各系数见表1。

Bessel 函数经上述近似后使得(14)式的积分明显简化,同时降低了计算量。

## 6 模拟计算结果

图1、图2、图3分别示出了二层、三层和四层地电断面随电阻率  $\rho$  及中间层厚度变化的视电阻率曲线。从图中可以看出,各地电断面视电阻率曲线都客观地反映出各电性层的存在和变化规律,且具有较高地对地层及地电异常的分辨能力。

## 7 结论

模拟计算结果表明,视电阻率是电磁响应的单

值函数,其测深曲线均能客观地反映地电断面的电性变化规律。该方法可行、有效,地电参数提取方法合理,数值计算稳定、收敛,结果是令人信服的。

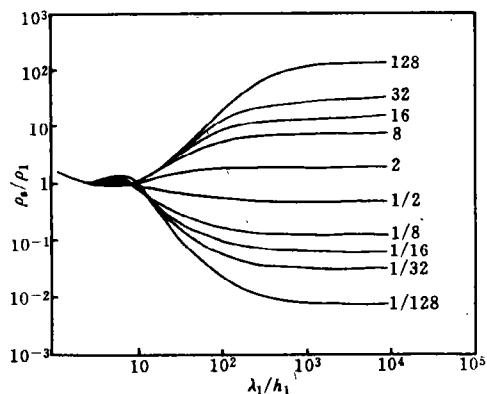


图1 二层地电断面上不同  $\rho_2$  情况下视电阻率曲线

图中数字为  $\mu_2$

$$h_1 = 1000 \text{ m}; a = 200 \text{ m}; r = 200 \text{ m}$$

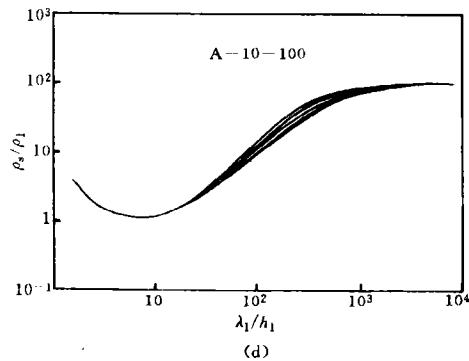
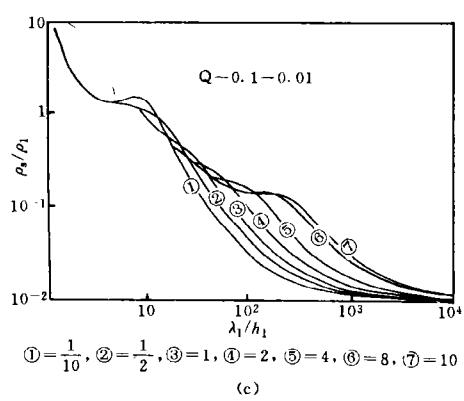
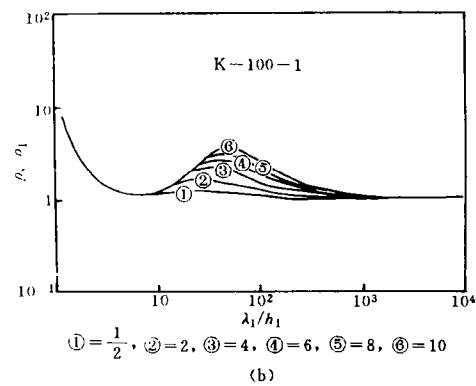
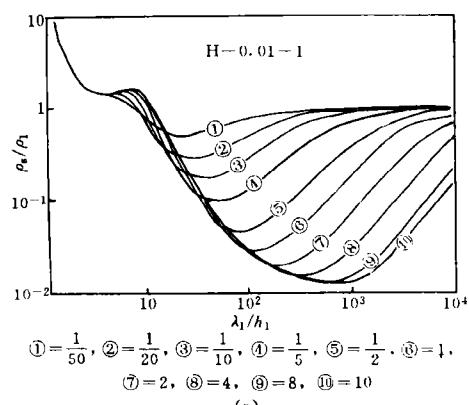


图2 三层地电断面中间层厚度不同情况下视电阻率曲线

$$\text{圆圈中数字代表 } \nu_2 = h_2/h_1; h_1 = 1000 \text{ m}; a = 200 \text{ m}; r = 400 \text{ m}$$

(a) —— H型曲线; (b) —— K型曲线; (c) —— Q型曲线; (d) —— A型曲线

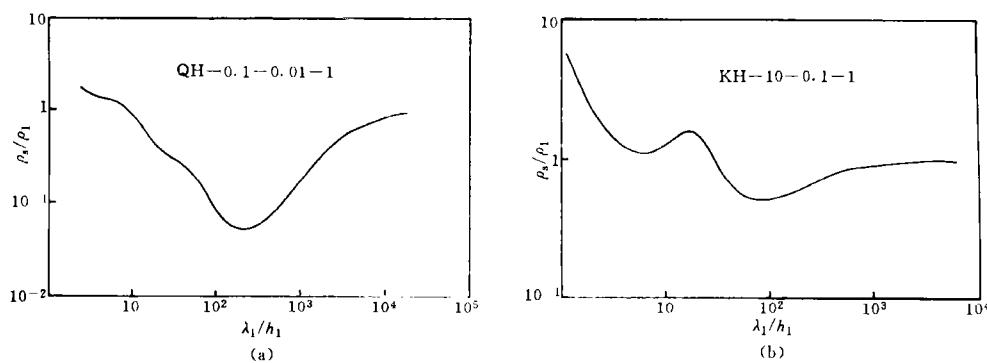


图 3 四层 QH 型(a)和 KH 型(b)断面上视电阻率曲线

$h_1 = 500 \text{ m}; a = 200 \text{ m}; r = 200 \text{ m}; \nu_2 = 2; \nu_3 = 1$

双频组合电磁波法适用面广、探测深度大、分辨率高,受环境、地形等影响小,克服了目前频域电磁法中的诸多不足。

双频组合电磁波观测系统具有灵活方便和抗干扰能力强的特点,对背景场及各种地形、体积及文化设施引起的干扰都具比较理想的压制作用,并且勘测装置可以做到小巧、轻便,对发射功率要求不高。本文提出的场量计算方法及地电参数的提取方式为具体实施组合电磁波地电探测奠定了基础。

## 参考文献

- 1 Kauffman A A, Keller G V. 时间域与频率域电磁测深. 北京: 地质出版社, 1987; 1~281
- 2 苏发. 组合波近区频率域电磁测深理论及应用研究. 中南工业大学博士学位论文, 94070, 1994
- 3 苏发, 何继善, 温佩琳. 多频测深初探. 物探与化探, 1994; 18(2): 131~135
- 4 刘德贵, 费景高, 于泳江. 新编工程实用算法与 FORTRAN 程序. 北京: 国防工业出版社, 1990; 435~436

(收稿日期 1996—01—18)

## THE GEOFIELD PROSPECTING WITH DUAL-FREQUENCY COMBINATORIAL ELECTROMAGNETIC WAVE IN NEAR-FIELD ZONE OF CURRENT LOOP

Su Fa (Xi'an Jiao Tong University)

Hou Zhaoyu (Shijiazhuang Teacher's College)

**Abstract** The dual-frequency combinatorial electromagnetic wave is one kind of electromagnetic wave with two different frequencies but the same amplitude. According to the distribution pattern of field, the prospection of geoelectric anomalies in near-field zone, the acquisition of geoelectric parameters and the calculation method of field with the dual-frequency combinatorial electromagnetic wave are investigated, and a new path for the application of combinatorial electromagnetic wave in the engineering is found out.

**Keywords** dual-frequency combinatorial electromagnetic wave; multi-frequency electromagnetic method; annular current loop

(上接第 62 页)



图 2 炸断的钻铤断口示意图

b. 为确保爆炸效果, 尤其是深孔爆破, 起爆前应将钻具拉紧。这次爆破在千斤顶顶钻具的顶力至 392 kN 后才引爆,

亦是这次事故处理成功的原因之一。

c. 正式下爆破筒前, 先用未装炸药的爆破筒试下, 能畅通无阻地下到预定位置后, 再下装炸药的爆破筒。

d. 爆破点应选在卡点以上的非钻具接头部位, 以利于提出钻具和防止事故复杂化。

e. 悬挂爆破筒的钢丝绳要准确丈量并做好记号, 下筒时一定要稳, 遇阻时应用人力串动钢丝绳, 使其顺利下入而不受损。

通过实践, 我们认为合理地利用井下爆破技术, 能迅速有效地处理深孔卡埋钻事故。 (收稿日期 1995—09—20)