

文章编号:1001-1986(2006)01-0034-03

# 地形对水平岩层自重成因地应力场的影响

陶波<sup>1,2</sup>, 伍法权<sup>2</sup>, 郭改梅<sup>2</sup>

(1. 石油大学(北京)资源与信息学院, 北京 102249;

2. 中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100029)

**摘要:**通过极坐标系下的艾里应力函数法, 求解出在集中力作用下水平岩层中各应力分量。山体对其下伏岩层可作为分布载荷, 对集中力作用下水平岩层中各应力分量积分, 便求得山体对下伏水平岩层的附加应力。已有研究成果表明, 当由外载引起的附加应力小于由重力引起的静止侧压力的20%时, 则可以不考虑外载的影响, 这样便导出了地形对自重应力影响深度所满足的函数关系式。此外, 本文举例说明了如何求得地形对水平均质各向同性水平岩层的自重应力场的影响深度。

**关键词:**地形; 自重应力场; 影响深度; 弹性力学

**中图分类号:**P642.4 **文献标识码:**A

## Topography's influence on self-weight stress field of horizontal rock formation

TAO Bo<sup>1,2</sup>, WU Fa-quan<sup>2</sup>, GUO Gai-mei<sup>2</sup>

(1. Institution of Information and Resource, Petroleum University, Beijing 102249, China;

2. Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Science, Beijing 100029, China)

**Abstract:** Author presents stress component's expression under polar coordinate while a single force is applied to horizontal rock formation by means of Airy's stress function. Author regards topography's effect on underlying horizon rock formation as distributed load, thus obtains expression of subsidiary stress induced by distributed load by integral action. According to present achievement, when subsidiary stress caused by distributed load is less than 20 percent of static lateral pressure induced by gravitation, distributed load's effect may be ignored. Therefore, the expression of topography influence depth on self-weight stress field is obtained. Furthermore, the paper illustrates how to obtain topography influence depth on self-weight stress field of horizontal, homogeneous and isotropic strata.

**Key words:** topography; self-weight stress field; influence depth; elastic mechanics

## 1 引言

在地应力实测中, 测量点位置的选择对测量结果影响较大。位置的选择既要考虑工程建设的需要, 也要考虑各种影响测试结果的因素, 如地形、岩性及破碎带等<sup>[1,2]</sup>。在地壳的一定深度范围内, 地形对地应力的分布特征有较大影响。相对于地壳来说, 某一突出的山体只相当于一个局部荷载施加于

地壳表面, 据圣维南原理, 该影响是局部性的, 随着深度的增加, 逐渐减弱直至可以忽略。地应力实测点的位置既要避开破碎带, 也要布设于地形影响范围之外, 才能真实的反映工程区地应力场的分布特征<sup>[3]</sup>。不同的山体形态, 影响深度是不同的。本文在一些假设条件的基础上, 通过弹性力学中的艾里应力函数法, 寻求到一条研究地形对自重成因地应力场影响深度的途径。

收稿日期: 2004-04-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(90302011)

作者简介: 陶波(1976—), 男, 四川资中人, 石油大学资源与信息学院博士研究生, 从事深埋长隧道围岩变形方面的研究工作。

## 参考文献

[1] 全欲科. 倪丘集凹陷煤成油的地球化学特征[J]. 河南石油, 1992, 6(1): 43—48.  
[2] 王德仁, 周开义, 常俊合, 等. 东濮凹陷煤系烃源岩评价中的几个问题[J]. 大庆石油地质与开发 2003 22(6): 11—12  
[3] 黄第藩, 熊传武. 含煤地层中石油的生成、运移和生油潜力评价[J]. 勘探家, 1996, 1(2): 6—11.  
[4] 程克明. 吐哈盆地油气生成[M]. 北京: 石油工业出版社, 1994.

5—84.  
[5] 黄第藩, 华阿新, 王铁冠, 等. 煤成油地球化学新进展[M]. 北京: 石油工业出版社, 1992, 16—79.  
[6] 李荣西, 高云文. 煤系烃源岩与油气成藏[M]. 西安: 陕西科学技术出版社, 2004, 28—34.  
[7] 王延斌, 韩德馨. 渤海湾盆地上古生界油气生成的控制因素[J]. 煤炭学报 2000, 25(6): 561—564  
[8] 王同和, 王喜双. 华北克拉通构造演化与油气聚集[M]. 北京: 石油工业出版社, 1999. 85—88.

## 2 集中力在水平岩层中引起的应力

### 2.1 尖劈顶端受集中力作用<sup>[4]</sup>

设有一尖劈, 其中心角为  $\alpha$ , 下端可认为伸向无穷, 其顶端受集中力作用, 并与尖劈的中心线成  $\beta$  角, 如图 1 所示。取单位厚度进行考虑, 并设单位厚度上所受的力为  $F$ , 坐标选取如图 1。

拟通过量纲分析确定这个问题的应力函数形式。根据直观分析, 尖劈内任何一点的应力应正比于力  $F$ , 并与量  $\alpha, \beta, \rho$  和  $\varphi$  有关。由于  $F$  的量纲为  $\text{MT}^{-2}$ ,  $\rho$  的量纲为  $\text{L}$ ,  $\alpha, \beta$  和  $\varphi$  无量纲, 因此, 各个应力分量表达式只能取  $\frac{F}{\rho} N$  的形式。这里的  $N$  为  $\alpha, \beta$  和  $\varphi$  组成的无量纲的量。这表明, 各应力分量中,  $\rho$  只能出现负一次幂。由艾里应力函数的极坐标形式所表示的各应力分量表达式, 如式(1), 可知应力函数中  $\rho$  的幂次要比各应力分量中的  $\rho$  的幂次高两次。因此, 假定艾里应力函数的极坐标形式为式(2)。作为艾里应力函数, 必须满足如式(3)所示的双调和方程。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\rho} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial U}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} \\ \sigma_{\varphi} &= \frac{\partial^2 U}{\partial \rho^2} \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{\rho\varphi} &= \tau_{\varphi\rho} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 U}{\partial \rho \partial \varphi} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial U}{\partial \varphi} = -\frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right) \\ U &= \rho f(\varphi), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) \left( \frac{\partial^2 U}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial U}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} \right) = 0, \quad (3)$$

将式(2)代入式(3), 得到函数  $f(\varphi)$  所满足的微分方程, 式(4):

$$\frac{1}{\rho^3} \left( \frac{\text{d}^4 f(\varphi)}{\text{d}\varphi^4} + 2 \frac{\text{d}^2 f(\varphi)}{\text{d}\varphi^2} + f(\varphi) \right) = 0. \quad (4)$$

将式(4)两边乘以  $\rho^3$ , 并解之得:

$$f(\varphi) = A \cos \varphi + B \sin \varphi + \varphi (C \cos \varphi + D \sin \varphi). \quad (5)$$

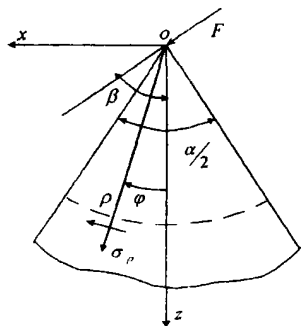


图1 尖劈受集中力作用的弹性力学问题

Fig.1 Elastic mechanics problem of wedge on which single force is imposed

式中的  $A, B, C, D$  为任意常数。代入式(2)得:

$$U = A \rho \cos \varphi + B \rho \sin \varphi + \varphi (C \cos \varphi + D \sin \varphi). \quad (6)$$

$A \rho \cos \varphi$  和  $B \rho \sin \varphi$  在直角坐标系里, 可改写成  $Ax$  和  $Bx$ , 它们对求应力无影响, 因此可以略去。这样应力函数可取为:

$$U = \varphi (C \cos \varphi + D \sin \varphi). \quad (7)$$

结合式(1)及式(7)得极坐标下各应力分量表达式为:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\rho} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial U}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} = \frac{2}{\rho} (D \cos \varphi - C \sin \varphi) \\ \sigma_{\varphi} &= \frac{\partial^2 U}{\partial \rho^2} = 0 \\ \tau_{\rho\varphi} &= \tau_{\varphi\rho} = -\frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial U}{\partial \varphi} \right) = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

图 1 所示的弹性力学问题的边界条件为  $(\sigma_{\varphi})_{\varphi=\pm\frac{\alpha}{2}}=0, (\tau_{\rho\varphi})_{\varphi=\pm\frac{\alpha}{2}}=0$ , 显然这个条件已经满足。为了求得常数  $C$  和  $D$ , 考虑尖劈在任一圆柱面 (如图 1 中虚线表示的) 以上部分的平衡。由平衡条件  $\sum F_x=0$  和  $\sum F_z=0$ , 得:

$$\left. \begin{aligned} \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} \rho \sigma_{\rho} \cos \varphi \text{d}\varphi + F \cos \beta &= 0 \\ \int_{-\frac{\alpha}{2}}^{\frac{\alpha}{2}} \rho \sigma_{\rho} \sin \varphi \text{d}\varphi + F \sin \beta &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

将式(8)代入式(9)得:

$$\left. \begin{aligned} D(\alpha + \sin \alpha) + F \cos \beta &= 0 \\ C(-\alpha + \sin \alpha) + F \sin \beta &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (10)$$

由式(10)可解得:

$$\left. \begin{aligned} C &= \frac{F \sin \beta}{\alpha - \sin \alpha} \\ D &= \frac{F \cos \beta}{\alpha + \sin \alpha} \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

将式(11)代入式(8)可得本问题的解答为:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\rho} &= -\frac{2F \cos \beta \cos \varphi}{(\alpha + \sin \alpha) \rho} - \frac{2F \sin \beta \sin \varphi}{(\alpha - \sin \alpha) \rho} \\ \sigma_{\varphi} &= 0 \\ \tau_{\rho\varphi} &= \tau_{\varphi\rho} = 0 \end{aligned} \right\}. \quad (12)$$

### 2.2 水平岩层受集中力作用时的应力分布

在研究水平岩层内部由  $F$  引起的应力分布规律时, 把水平岩层作为均质各向同性体, 不考虑水平岩层自重引起的应力, 并且假定岩体的各个部位均为弹性变形。在这种情况下, 岩层内部集中力  $F$  引起的应力分布规律只与  $F$  的大小与方向有关, 而与岩层的各种弹性物理力学参数无关。这个问题的解答容易求得, 只需令式(12)中  $\beta=0, \alpha=\pi$  即可, 于是有:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\rho} &= -\frac{2F \cos \varphi}{\pi \rho} \\ \sigma_{\varphi} &= 0 \\ \tau_{\varphi\rho} &= \tau_{\rho\varphi} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式(13)应力分量的直角坐标表达式为:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \sigma_{\rho} \cos^2 \varphi = -\frac{2F}{\pi} \frac{z^3}{(z^2 + x^2)^2} \\ \sigma_x &= \sigma_{\rho} \sin^2 \varphi = -\frac{2F}{\pi} \frac{zx^2}{(z^2 + x^2)^2} \\ \tau_{xz} &= \sigma_{\rho} \sin \varphi \cos \varphi = -\frac{2F}{\pi} \frac{zx}{(z^2 + x^2)^2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

### 3 地形对自重成因地应力的影响

为了研究地形对自重成因地应力的影响深度, 本文把山体对水平岩层的作用认为是一种分布荷载的作用或是一种堆载。若将山体沿竖直方向进行无数次的条分, 并假设条与条侧面间无相互作用力, 因此每一条对水平岩层的作用就相当于一个竖直集中力的作用, 并且竖直集中力的大小沿  $x$  轴的变化规律是与山形随  $x$  轴的变化规律是一致的。若山体形态可用函数  $z=f(x)$  来表示, 那么山体对水平岩层的荷载的分布规律可以表示为  $f=f(x)\gamma$ , 其中  $\gamma$  为山体岩石容重。山体在任意一点的集中力就可表示为  $F=\gamma f(x)dx$  (如图 2)。为求得整个山体对水平岩层地应力分布的影响, 只需将  $F=\gamma f(x)dx$  代入式(14), 并对  $x$  进行积分, 同时考虑到坐标系之间的平移关系可得:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= -\int_{x_0}^{x_1} \frac{2\gamma}{\pi} \frac{z^3}{[z^2 + (x-h)^2]^2} f(x) dx \\ \sigma_x &= -\int_{x_0}^{x_1} \frac{2\gamma}{\pi} \frac{z(x-h)^2}{[z^2 + (x-h)^2]^2} f(x) dx \\ \tau_{xz} &= -\int_{x_0}^{x_1} \frac{2\gamma}{\pi} \frac{z^2(x-h)}{[z^2 + (x-h)^2]^2} f(x) dx \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式(15)中,  $f(x)$  的表达式可以根据山体的轮廓线来确定, 当山体形态较为复杂时, 可用分段函数来表示。式(15)本质上就是由分布外载引起的水平岩层中附加应力的分布规律。参照有关规定, 当式中的  $\sigma_x$  为重力引起的静止侧压力 (其计算式为  $\frac{\mu}{1-\mu} \gamma_1 z$ , 式中  $\gamma_1$  为山体下伏岩石容重,  $\mu$  为山体下伏岩石泊松比的 20% 时, 附加应力的影响可以不计, 即不考虑地形的影响<sup>[5]</sup>。根据此规定可得:

$$\int_{x_0}^{x_1} \frac{2\gamma}{\pi} \frac{z(x-h)^2}{[z^2 + (x-h)^2]^2} f(x) dx = \frac{0.2\mu}{1-\mu} \gamma_1 z \quad (16)$$

式(16)等号左边积分完毕后, 将  $h$  替换为  $x$ , 可得地形对自重成因地应力的影响深度与  $x$  的关系。

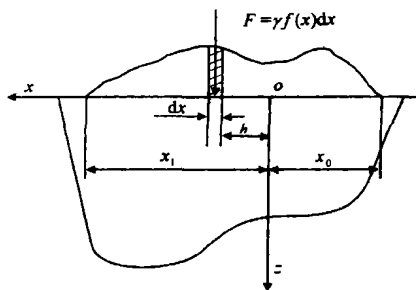


图 2 水平岩层受分布荷载作用的弹性力学问题  
Fig. 2 Elastic mechanics problem of horizon rock formation on which distributed load is imposed

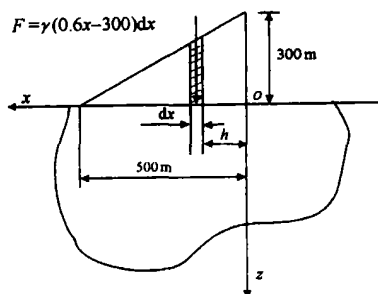


图 3 水平岩层受线性荷载作用的弹性力学问题  
Fig. 3 Elastic mechanics problem of horizon rock formation on which linear load is imposed

## 4 实例分析

### 4.1 求解步骤

求解地形对自重成因地应力的影响深度的步骤如下:

a. 建立平面直角坐标系, 通常取竖直向下的方向为  $z$  轴正方向, 水平向为  $x$  轴方向, 坐标原点应设在有利于求解地形轮廓线方程及积分之处。

b. 建立地形轮廓线方程, 方程的形式要尽可能的简单, 否则将导致式(16)无法积分, 从而无法求解地形对自重成因地应力场的影响深度。最切合实际的做法是将复杂地形轮廓线方程分段表示成为一次函数的形式, 这样便于在整个积分区域进行分段积分。

c. 利用式(16)求得地形对自重成因地应力的影响深度  $z$  与  $x$  之间的隐函数关系;

如果地形轮廓线是由一次函数的形式所表示, 其斜率为  $k$ , 在  $z$  轴上的截距为  $z_0$ , 且积分区域的下限为  $x_0$ , 上限为  $x_1$ , 由式(16)得:

$$\begin{aligned} kz^2 \frac{\gamma}{2} \left[ \frac{(x-x_1)^2 - (x-x_0)^2}{z^2} + \ln \frac{z^2 + (x-x_0)^2}{z^2 + (x-x_1)^2} \right] + \\ kz\gamma(x+z_0) \left[ \frac{x_1-x_0}{z} + \arctan \frac{z(x_0-x_1)}{z + (x-x_0)(x-x_1)} \right] = \\ \frac{\pi \mu \gamma_1 z}{10(1-\mu)} \quad (17) \end{aligned}$$

文章编号: 1001-1986(2006) 01-0037-04

# 顶管工程后背受力与变形三维分析

严绍军<sup>1</sup>, 张爱华<sup>2</sup>

(1. 中国地质大学, 湖北武汉 430074; 2. 郑州市自来水公司, 河南郑州 450052)

**摘要:**以某顶管工程为背景, 采用朗肯被动土压力理论对后背土体的承载能力进行了分析; 根据弹性模型建立起后背结构的三维有限元模型, 对后背结构与土体在顶力作用下的变形与受力过程进行分析, 并同朗肯理论结果进行比较; 对影响后背结构的变形各因素进行了分析; 对后背结构顶力合力点的变形进行了实测, 并同理论预测结果进行了对比分析, 初步探讨了形成差异的主要原因。

**关键词:**顶管; 后背; 变形; 有限元

**中图分类号:** TU442 **文献标识码:** A

## Stress and deformation analysis of pipejacking thrust wall

YAN Shao-jun<sup>1</sup>, ZHANG Ai-hua<sup>2</sup>

(1. Engineer School, China University of Geoscience, Wuhan 430074, China;

2. Zhengzhou Water Supply Co. Ltd, Zhengzhou 450052, China)

**Abstract** The bearing capacity of the soil behind the thrust wall is analyzed with Rankine theory for lateral passive earth pressure in a pipe jacking project. The stress and deformation produced by the jacking force are researched by a three-dimension elastoplastic FEM model for the thrust wall and soil. The results are compared with the Rankine theory. The factors, the elastic modulus and the height of the thrust wall, the elastic modulus of soil and the wall-soil interface friction coefficient, which effect the deformation and the stress, are analyzed. The deformation of point for the composition of jacking forces is measured in situ and compared it with the result of FEM. The main reasons for the difference are discussed.

**Key words:** pipejacking, thrust wall, deformation, finite element

收稿日期: 2005-03-24

作者简介: 严绍军(1973—), 男, 四川绵竹人, 中国地质大学工程学院博士生, 岩土工程专业。

d. 求取最大影响深度, 由式(17)可知, 最大影响深度在理论上是存在的, 但是由于关系式过于复杂, 要求解出最大影响深度难度较大。

### 4.2 算例

如图3所示的地质模型, 山体岩石容重与水平地层岩石容重相同, 山体下伏岩石泊松比的取值为0.25, 模型的几何参数如图中所示。地形轮廓线的函数表达式为  $f(x) = 0.6x - 300$ 。根据式(17)可得:

$$4500(500 - 2x) + 9z^2 \ln \frac{z^2 + x^2}{z^2 + (x - 500)^2} + 9000x - 18zx \arctan \frac{500z}{z + x(x - 500)} = \pi z \quad (18)$$

为求解水平面上任意一点其正下方所对应的地形对自重成因地应力的影响深度, 只须将该点的横坐标代入(18)式求解方程即可。

## 5 结论

a. 地形对自重成因地应力的影响程度是随着深度的增加而减小的, 当山体这个外加荷载在水平岩石中引起的水平向附加应力小于静止侧向压力的20%时, 地形对自重成因地应力的影响可以忽略;

b. 地形对自重成因地应力的影响深度随水平岩层表面点的变化而变化。复杂多变的地形必然导致在不同部位对自重成因地应力的影响深度不同, 这对于依据地形地貌合理布设应力测试孔的位置具有指导意义;

c. 通过对式(17)分析还表明, 当  $x$  的取值为地形线与水平坐标轴所围成封闭图形形心所对应的横坐标( $x_p$ )时, 影响深度  $z$  取得最大值。  $x$  的取值为  $[x_0, x_1]$  之外时, 该区间越远, 影响深度越小。若令式(17)中的  $z$  为零, 便可求得当  $x$  取何值时, 地形对自重成因地应力场无影响;

d. 本文研究成果存在不足, 如假设条件过于理想, 工程地质条件方面的信息较少等。

## 参考文献

- [1] 张咸恭, 王思敬, 张倬元, 等. 中国工程地质学[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [2] 张倬元, 王士天, 王兰生, 等. 工程地质分析原理[M]. 北京: 地质出版社, 1980.
- [3] 徐林生, 王兰生, 等. 二郎山公路隧道地应力测试研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(4), 611—614.
- [4] 吴家龙. 弹性力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.
- [5] 钱家欢, 殷宗泽, 等. 土工原理与计算[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1996.