

文章编号: 1001-1986(2006)03-0068-04

基于共轭梯度法的垂直有限线源三维电阻率反演

徐凯军, 李桐林, 张辉, 李建平

(吉林大学地球探测科学与技术学院, 吉林长春 130026)

摘要: 利用垂直有限线源研究油田注水分布和剩余油分布成为一种新型电测方法。本文对该方法实际应用的有效性进行了分析和说明, 并利用共轭梯度迭代技术实现了垂直有限线源三维电阻率反演。结果表明, 反演稳定可靠, 计算速度快。

关键词: 垂直有限线源; 三维反演; 共轭梯度法

中图分类号: P631.34 文献标识码: A

3D resistivity inversion of vertical finite line source using conjugate gradients

XU Kai-jun, LI Tong-lin, ZHANG Hui, LI Jian-ping

(College of Geo-Exploration Science and Technology, Jilin University, Changchun 130026, China)

Abstract: Utilizing vertical finite line source to study surplus oil distribution of oilfield become a new electric measurement method in recent years. This paper analyzes the applied effect of this method, then solves the vertical finite line source 3D resistivity inversion by using conjugate gradient relaxation. The result indicates the method is stable, reliable and speedy.

Key words: vertical finite line source; 3D inversion; conjugate gradient

1 引言

在油井注水和深井注浆电法监测中, 地表布设平面电位测量网, 将钻井钢套管作为线电流源供电, 据此可确定流体的运动方向和分布特征, 其数据处理时, 需解决垂直有限线源的三维电阻率反演。由于三维正演解没有解析解, 都是基于有限差分或有限元一类计算方法的数值解^[1], 所以三维反演是求数量巨大的各网格剖分单元电阻率值。由于反演参数太多, 导致了反演计算速度极慢, 且不稳定。尽管如此, 电阻率三维反演研究在国内外都取得了一些进展, 如 Li Y, Oldenber^g(1992) 基于 Born 近似的三维反演^[2]; Sasasi(1994) 的三维有限元法^[3]; Mackie, Madden(1993) 和 Newman(2000) 利用共轭梯度法实现了大地电磁反演^[4-5]; Jie Zhang, Mackie 等(1995) 利用共轭梯度法实现了三维直流电阻率反演^[6]; 国内吴小平(2000) 利用共轭梯度迭代技术实现了电阻率数据的三维最小构造反演^[7-8]; 底青云等(2001) 给出雅可比系数矩阵的积分法^[9]; 朱涛, 冯锐等(2004) 叙述了垂直线电流源的三维电阻率成像理论^[10]。本文利用共轭梯度法, 从反演目标函数出发, 避免直接解 $Ax=b$ 的正则化方程, 实现了垂直有限线源的

三维电阻率反演。反演结果稳定可靠, 速度快, 为利用垂直有限线源研究注水分布和剩余油分布提供了较好的反演方法。

2 方法原理

2.1 计算线电流源的雅可比矩阵

设 $C_1(x_{c1}, y_{c1}, z_{c1})$ 和 $C_2(x_{c2}, y_{c2}, z_{c2})$ 分别为位于垂直套管井顶端和底端的两个点, 而线电流源上的点 $C(x_c, y_c, z_c)$ 的位置为 r_c :

$$r_c = \frac{1}{2}[(r_{c2} - r_{c1})t + r_{c2} + r_{c1}], -1 \leq t \leq 1. \quad (1)$$

分别用 r_c^* 、 r_p 和 r 来表示 C 点的镜像点、观测点和任意有限差分单元格的位置, 根据 Aono 等(2003)^[11], 用下式计算均匀介质中的雅可比矩阵的元素值:

$$\frac{\partial V}{\partial \rho} = \frac{I}{16\pi^2} \int_{\text{IV}}^1 \left[\frac{(r - r_c) \cdot (r - r_p)}{|r - r_c|^3 |r - r_p|^3} + \frac{(r - r_c^*) \cdot (r - r_p)}{|r - r_c^*|^3 |r - r_p|^3} \right] d\tau dt. \quad (2)$$

可以用高斯-勒让德积分方程来求积方程(2), 得到雅可比矩阵 A 。

2.2 反演方程

对于三维问题, 将模型剖分成 $N_x \times N_y \times N_z$ 的三维网格, 反演要求的参数就是各网格单元内的电阻率值。垂直有限线源电阻率三维约束反演形式为:

$$[\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda \mathbf{W}] \Delta \mathbf{m} = \mathbf{A}^T \Delta \mathbf{d} \quad (3)$$

式中 \mathbf{A} ——雅可比矩阵;

$\Delta \mathbf{d}$ ——观测数据和正演理论值的残差向量;

$\Delta \mathbf{m}$ ——初始模型 \mathbf{m}_0 的修改向量;

λ ——为拉格朗日乘数;

\mathbf{W} ——为权矩阵, $\mathbf{W} = \text{diag}\{1/\rho_1, 1/\rho_2, \dots, 1/\rho_M\}$ 。

加入拉格朗日乘数和权矩阵可明显改善稳定性, 压制虚假信息的产生。吴小平等(2000)通过大量的模型试算, 认为 λ 取 0.05 应是最佳选择^[12], 这里也设定 λ 为 0.05。解此方程组求得 $\Delta \mathbf{m}$, 对初始模型 \mathbf{m}_0 修改后进行迭代, 直到满足收敛准则。

2.3 共轭梯度算法

共轭梯度法最初由 Hestenes 和 Stiefel 于 1952 年为求解线性方程组而提出来的^[13]。后来, 人们把这种方法用于求解无约束最优化问题, 使之成为一种重要的最优化方法。共轭梯度法的基本思想是把共轭性与最速下降方法相结合, 利用已知点处的梯度构造一组共轭方向, 并沿这组方向进行搜索, 求出目标函数的极小点。用共轭梯度方法解(3)式的方程组, 形成的电阻率三维约束反演共轭梯度算法如下:

For $k=1$ to maxinv

\mathbf{m}_k (给定初始模型)

$V(\mathbf{m}_k)$ (当前模型的电位响应)

$d = V(\mathbf{m}_k)$ (数据残差)

$b = \mathbf{A}^T (d - V(\mathbf{m}_k))$ (\mathbf{A} 为雅可比矩阵)

$\Delta \mathbf{m}_k = 0; r_1 = b; p_1 = r_1$

For $i=1$ to maxcg

$Bp_i = [\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda \mathbf{W}] p_i = \mathbf{A}^T y + \lambda \mathbf{W} p_i$

其中: $y = Ax$, $x = p_i$

$\alpha_i = (r_i, r_i) / (p_i, Bp_i)$

$\Delta \mathbf{m}_k = \Delta \mathbf{m}_k + \alpha_i p_i$

$r_{i+1} = r_i - \alpha_i Bp_i$

$\beta_i = (r_{i+1}, r_{i+1}) / (r_i, r_i)$

$p_{i+1} = r_{i+1} + \beta_i p_i$

End of loop on relaxation steps

$m_{k+1} = m_k + \Delta \mathbf{m}_k$

End of loop on inversion iterations

其中 maxinv、maxcg 分别是给定的最大非线性反演迭代次数和共轭迭代次数。可以看出, 反演算法避免

了直接求 \mathbf{A} 以及 $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ 的逆矩阵, 只需 \mathbf{A} 与任一向量 x 的乘积 $\mathbf{A}x$ 及 \mathbf{A}^T 与任一向量 y 的乘积 $\mathbf{A}^T y$ 。

同时可以看出, 共轭梯度反演法是通过内迭代, 也就是共轭迭代求得模型修改量 $\Delta \mathbf{m}$ 。为了使解可靠, 迭代过程要求重复多次, 内迭代次数越多, 反演相对会更稳定, 更不易带入多余虚假信息。但一般内迭代次数不易取得太多, 这样会增加计算时间, 也并不是内迭代次数越大, 反演迭代收敛越快。因此, 从计算时间上考虑, maxcg 可以取得小一些, 反演仍可以稳定收敛。除内迭代外, 为了提高解的精度还增加了外迭代, 即将本次求得的电性结构分布作为新的初始模型, 从头进行新一轮求解, 给定一个误差限制, 满足后停止迭代, 输出最终结果。

3 理论模型反演结果

根据差分网格, 反演地下的某一层。设其厚度为 30 m, 顶面埋深为 60 m, 电阻率为 100 $\Omega \cdot \text{m}$, 层间包含一个大小为 90 m \times 60 m \times 30 m, 电阻率为 10 $\Omega \cdot \text{m}$ 的低阻长方体和一个大小相同, 电阻率为 200 $\Omega \cdot \text{m}$ 的高阻长方体, 如图 1 所示。对此模型进行有限差分三维正演计算, 精确求得地表电位数据后用于三维反演。对于反演的初始模型, 开始设定这一层的电阻率值均为 100 $\Omega \cdot \text{m}$, 反演结果见图 2a。可以看到, 反演结果基本上反映了低阻体和高阻体的位置, 但反演结果为一椭圆型, 在异常体的边角处分辨

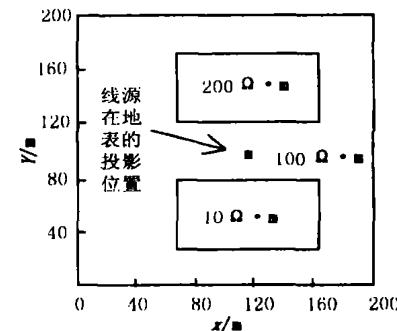


图 1 真实模型的水平截面图

Fig. 1 The plan view of actual model

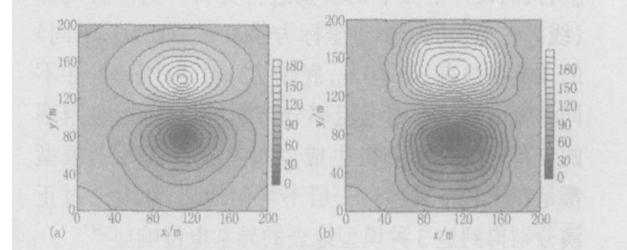


图 2 不同初始模型的反演平面图

Fig. 2 The inverse plan view of different prior models

a——初始模型均为 100 $\Omega \cdot \text{m}$; b——初始模型相对接近真值

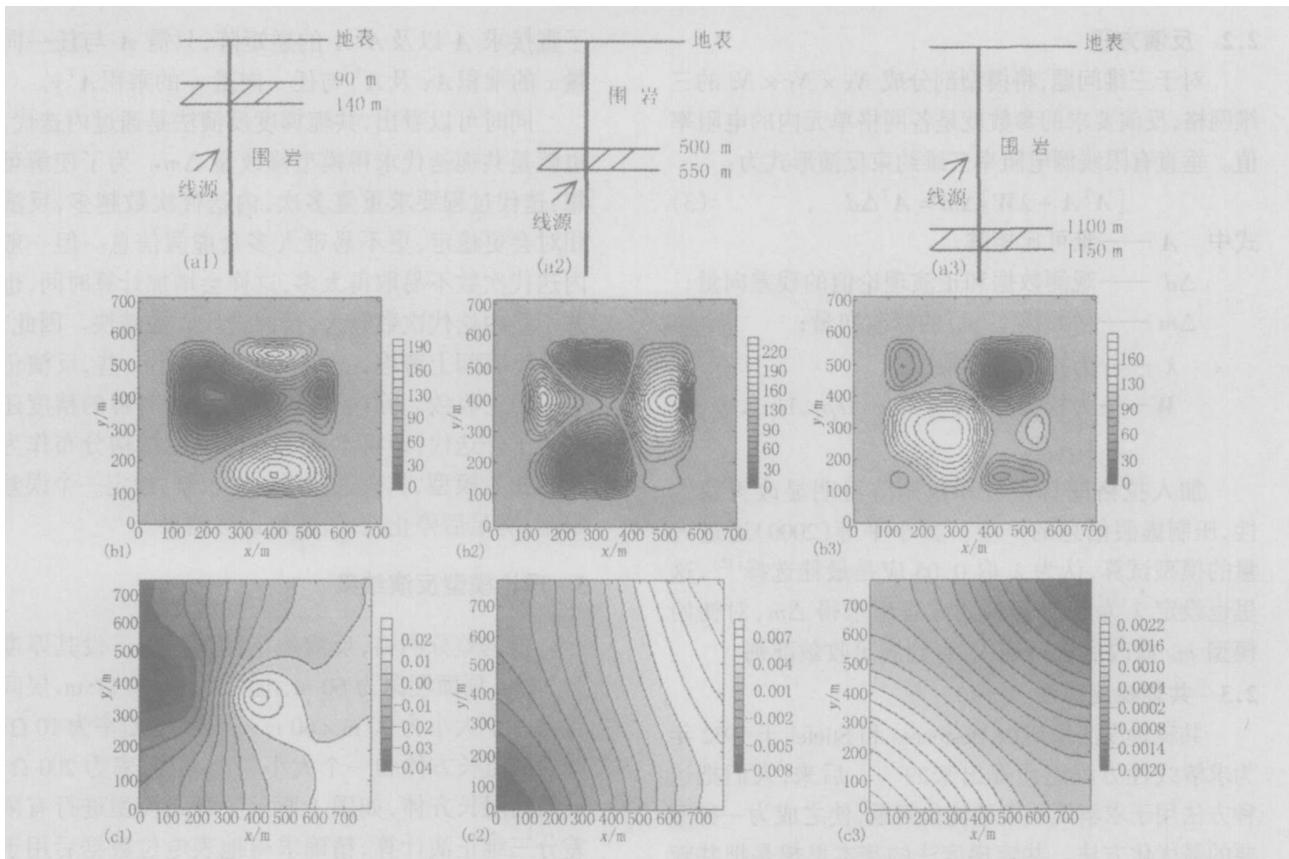


图3 不同模型的正演结果

Fig. 3 The forward result of different models

a1——模型1的垂直截面图; b1——电阻率分布平面图 $\Omega \cdot \text{m}$; c1——地表异常电位等值线图/Va2——模型2的垂直截面图; b2——电阻率分布平面图 $\Omega \cdot \text{m}$; c2——地表异常电位等值线图/Va3——模型3的垂直截面图; b3——电阻率分布平面图 $\Omega \cdot \text{m}$; c3——地表异常电位等值线图/V

不是令人满意的。然后又给出了一个相对接近真值的初始模型,高阻体电阻率为 $150 \Omega \cdot \text{m}$,低阻体电阻率为 $60 \Omega \cdot \text{m}$,围岩为 $100 \Omega \cdot \text{m}$,其反演结果见图2b。可以看出,这次反演结果比较准确的反映了真实模型的电性结构。

4 实际应用的有效性分析

垂直有限线源的三维电阻率反演是针对油田生产实际提出来的。为了说明实际应用当中如何能在地表用垂直线源反映出地下千m多深异常体的响应,我们设计了如下的模型进行分析。当垂直线源(线源在地表的投影点坐标为 $(400 \text{ m}, 400 \text{ m})$,下同)的顶端在地表 $L_1=0 \text{ m}$,底端 $L_2=1400 \text{ m}$ 时,在不同深度设置了不同电阻率分布的层位,各层电阻率的分布利用分形随机生成。如图3所示,3个模型都是在围岩中只包含一层不均匀地层,然后通过正演分别得到这3种模型地表的异常电位响应^[14]。

在保持图3中3个模型的地层埋深和电阻率分布不变的情况下,依次将这3层置入围岩中,得到围岩中同时包含这3个不均匀层的模型(图4a),再通

过正演得到模型地表的异常电位响应(图4b)。可以看到,虽然地下包含3层不均匀层,但其地表异常电位分布和图3中模型1的地表异常电位分布形态相似,说明地表观测电位只能反映3层中最靠近地表的那一层的信息,而深部层位的信息很难在地表反映出来。

为了得到深部地层的信息,可以将线源放置在目标层附近(图5a),即当垂直线源的顶端在地表 $L_1=1100 \text{ m}$,底端 $L_2=1150 \text{ m}$ 时,可以看到地表异常电位分布(图5b)和图3中模型3的地表异常电位分

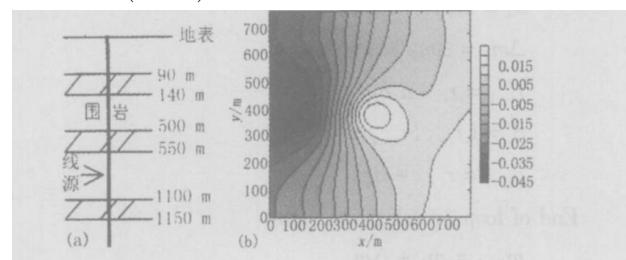


图4 模型的正演结果

Fig. 4 The forward result of model

a——模型垂直截面图; b——地表异常电位等值线图/V

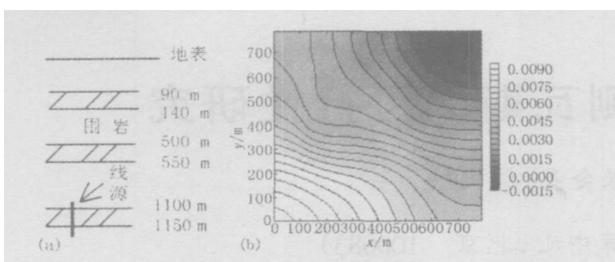


图5 模型的正演结果

Fig. 5 The forward result of model

a——模型垂直截面图; b——地表异常电位等值线图/V

布形态相似,说明地表观测电位基本上反映的是在1 100~1 150 m深第3层不均匀层的响应。实际应用中只需在目标层射孔即可。这是由于水泥的致密性,与射孔井段的地层(目标层)相比,水泥胶结井段是高阻的,电流大多通过射孔井段流向地层,此时,就相当于把线源放置在目标层附近。

用图5a所示模型的正演结果作为观测值,对1 100~1 150 m深目标层进行反演,目标层的真实电阻率分布如图6所示,其反演结果如图7所示。

5 结论

利用共轭梯度迭代技术实现了垂直有限线源三

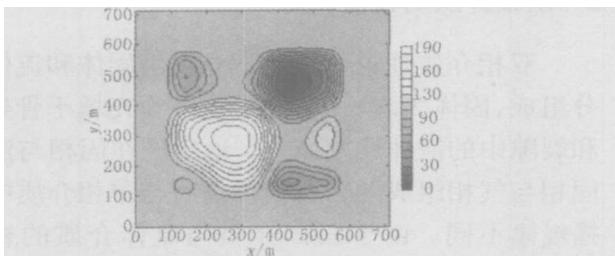


图6 模型电阻率分布平面图/Ω·m

Fig. 6 The resistivity plan view of the model

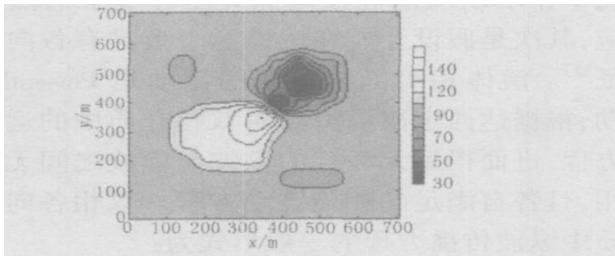


图7 模型的反演平面图/Ω·m

Fig. 7 The inverse plan view of the model

维电阻率反演。反演结果表明基于共轭梯度法的电阻率三维反演计算速度快,对初始模型的依赖性小,反演结果稳定可靠。而且我们分析了利用垂直有限线源研究注水分布和剩余油分布的有效性,因此,针对垂直有限线源的三维电阻率反演可以促进该方法的发展。但由于地下结构的复杂性,实际应用中的硬设备和理论方法还需在今后进一步修改和完善。

参考文献

- [1] 周熙襄,钟本善,等.电法勘探数值模拟技术[M].成都:四川科学技术出版社,1986.
- [2] Li Y, Oldenberg D W. Approximate inverse mappings in DC problems [J]. Geophys J. Int., 1992, 109: 343—362.
- [3] Yutaka Sasaki. 3D Resistivity inversion using the finite element method [J]. Geophysics, 1994, 59(11): 1839—1848.
- [4] Randall L Mackie, Theodore R Madden. Three-dimensional magnetotelluric inversion using conjugate gradients[J]. Geophys J. Int., 1993, 115: 215—229.
- [5] Newman G A, Alumbaugh D L. Three-dimensional magnetotelluric inversion using non-linear conjugate gradients[J]. Geophys J. Int., 2000, 140: 410—424.
- [6] Zhang J, Mackie R L, Madden T R. Three dimensional resistivity forward modeling and inversion using conjugate gradients[J]. Geophysics, 1995, 60(5): 1313—1325.
- [7] 吴小平,徐果明.利用共轭梯度法的电阻率三维反演研究[J].地球物理学报,2000,43(3):420—427.
- [8] 吴小平,徐果明.电阻率三维反演中偏导数的求取与分析[J].石油地球物理勘探,1999,34(4):363—372.
- [9] 底青云,王妙月.积分法三维电阻率成像[J].地球物理学报,2001,44(6):843—851.
- [10] 朱涛,冯锐,徐中信.垂直线电流源的三维电阻率成像[J].CT理论与应用研究,2004,13(2):1—5.
- [11] Aono T, Mizunaga H, Ushijima K. Imaging fractures during injection and production operation of reservoirs by a 4-D geoelectrical method [C]. Proceedings of the 6th SEGJ international Symposium, 2003. 281—287.
- [12] 吴小平,汪彤彤.利用共轭梯度方法的电阻率三维反演若干问题研究[J].地震地质,2001,23(2):321—327.
- [13] Hestenes M, Stiefel E. Methods of conjugate gradients for solving linear systems[J]. J. Res. Nat. Bur. Standards, 1952, 49: 409—436.
- [14] 徐凯军,李桐林.垂直有限线源三维地电场有限差分正演研究[J].吉林大学学报(地球科学版),2006,36(1):137—141.