

文章编号: 1001-1986(2007)02-0066-04

# 天然大地电磁场时间序列的分形特征

严家斌<sup>1,2</sup>, 刘贵忠<sup>1</sup>

(1. 西安交通大学电子与信息工程学院, 陕西 西安 710049;  
2. 中南大学信息物理工程学院物探系, 湖南 长沙 410083)

**摘要:** 分形理论是分析和研究自然界中具有“自相似性”、“自仿射性”不规则形体的重要手段。分形维是描述这种分形体的定量参数, 反映了系统的复杂性与本质特征。利用相空间重建理论与G-P算法对大地电磁场的时间序列进行相空间重构, 表明大地电磁场时间序列相空间的吸引子是存在的, 大地电磁场虽然看似随机的天然信号, 事实上它是具有内在确定性的随机信号。实例分析表明, 大地电磁场时间序列关联维数与地下介质特征密切相关, 能定性地反映介质的电性分布与结构特征。

**关键词:** 大地电磁场; 分形; 吸引子; 关联维

中图分类号: P631.325 文献标识码: A

## Fractal characteristic of time series of nature field

YAN Jia-bin<sup>1,2</sup>, LIU Gui-zhong<sup>1</sup>

(1. School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;  
2. School of Info-Physics and Geomatics Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

**Abstract:** The fractal theory provides an important method in study of irregular objects of self-similarity and self-affinity. The fractal dimension is a quantitative parameter that describes the fractal objects and indicates the complexity and essential characteristics of the system. In this paper the phase space of the time series of nature field is reconstructed by the theory of phase space reconstructing and G-P algorithm, the results show that the phase space of nature field has the chaotic attractor, although the nature field is similar with random nature signal, it has intrinsic certainty random signal and is likely to chaotic. The results of field data analysis indicate that the correlative dimension of time series of nature field is related to earth medium characteristics intently and qualitative reflect the characteristics of the distribution of electricity and construction of medium.

**Key words:** nature field; fractal; chaotic attractor; correlative dimension

收稿日期: 2006-04-24

基金项目: 国家自然科学基金(60272072)

作者简介: 严家斌(1968—), 男, 湖南常德人, 博士, 主要从事图像及地球物理信号分析、处理, 小波分析及偏微分方程在图像及地球物理信号分析中的应用。

值整个空间每一个网格。因此, 从理论上讲, 这一方法可以处理复杂形状目标和非均匀媒质的电磁散射、辐射等问题。但是, 针对每一具体问题和具体研究领域时, FDTD 算法体现了各不同领域的特点, 如激励源、边界条件的确定等等。FDTD 的基本框架为计算任意复杂模型提供了可能, 但真正实现这一目标还需结合具体问题, 找出具体的解决办法。本文中提出的将实际激励源模拟注入, GPML 边界条件, 以及解决时间稳定性的 ADI-FDTD 方法, 都为复杂 3D 模拟问题提供了解决的途径。

## 参考文献

- [1] ORISTAGLIO M L, HOHMANN G W. Diffusion of electromagnetic fields into a two dimensional earth: A finite-difference approach [J]. Geophysics, 1984, 49(7): 870—894.
- [2] WANG T, HOHMANN G W. A finite-difference time-domain so-

lution for three-dimensional electromagnetic modeling [J]. Geophysics, 1993, 58(6): 797—817.

- [3] 闫述, 陈明生, 傅君眉. 瞬变电磁场的直接时域数值分析 [J]. 地球物理学报, 2002, 45(2): 275—284.
- [4] 王长清, 祝西里, 陈国华, 等. Maxwell 方程用于电磁脉冲在损耗介质中的传播问题 [J]. 电波科学学报, 1999, 14(1): 97—101.
- [5] HIRONO T, LUI W W, SEKI S. Successful applications of PML-ABC to the symplectic FDTD scheme with fourth-order accuracy in time and space [J]. IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig., Anaheim, 1999, CA: 1 293—1 296.
- [6] NAMIKI T. A new FDTD algorithm based on alternating-direction implicit method [J]. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1999, 47(10): 2 003—2 007.
- [7] ZHENG F, CHEN Z, ZHANG J. Toward the development of a three-dimensional unconditionally stable finite-difference time-domain method [J]. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 2000, 48(9): 1 550—1 558.
- [8] GEDNEY S D, LIU G, RODEN J A, et al. Perfectly matched layer media with CFS for an unconditionally stable ADI-FDTD method [J]. IEEE Trans. Antennas Propag., 2001, 49(11): 1 554—1 559.

自从 Mandelbrot<sup>[1]</sup> 提出分形概念以来, 分形分析已成为研究不规则时间序列数据的相似性和不规则性的主要方法之一。分形理论是建立在自相似性或自仿射性的基础上, 所研究的对象结构应具有标度不变性或称为伸缩对称性, 反映的是事物本身固有的结构特性。分形最显著的特征就是看来十分复杂的现象, 事实上其大多数是可用很少的参量来控制的, 即简单的非线性系统可以产生复杂的混沌运动, 支配混沌运动的规律可用确定型的方程来描述。现有的研究表明, 地震记录、地球磁场和地形数据等的功率谱, 在一定的频带范围内满足标度不变性, 并具有分形特征<sup>[2-4]</sup>。而对大地电磁场的分形特征研究, 目前在国内外还鲜有报道, 特别是利用其分形特征来分析信号及提取地下介质的物理特性。本文将利用相空间重构及 G—P 算法对天然大地电磁场信号时间序列进行分析, 揭示不同频率、不同场分量间的分形特征及其演变规律, 以及关联维与地下介质电性结构的关系。

## 1 大地电磁场相空间重构与关联维计算

### 1.1 大地电磁场时间序列相空间重构

大地电磁场信号所包含的地质信息可用一组状态变量  $P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\}$  来描述地下介质电性分布参数或地质构造特征等地质结构参数。当地质状态变量发生改变时,  $P_i = P_i(x)$  可用下列偏微分方程组表示:

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial P_1 / \partial x = f_1(P_1, P_2, \dots, P_n) \\ \partial P_2 / \partial x = f_2(P_1, P_2, \dots, P_n) \\ \vdots \\ \partial P_n / \partial x = f_n(P_1, P_2, \dots, P_n) \end{array} \right. , \quad (1)$$

式中  $x$  为参考坐标。

由于地球演化过程的复杂性, 状态变量  $P_i$  及函数  $f_i$  具有高度非线性。对于地球物理过程而言, 状态变量可能是电阻率、厚度、深度以及地质构造特征变量等物理或地质参数, 通常可利用反演理论, 把非线性问题化为线性问题迭代求解得到。

在大地电磁场信号观测中, 通常只能在地表观测到它的水平分量和磁场的水平与垂直分量的时间序列, 而不是整个大地电磁场系统的所有方面。因此, 在这样一个开放的非线性系统中, 各变量是相互耦合的, 实测的单变量时间序列含有丰富的地质信息, 蕴藏着参与变化的全部变量的痕迹, 如耗散系统吸引子的结构等。若能重建这一系统, 就有可能得

到隐含在时间序列中地质结构信息。Takens<sup>[5]</sup> 的嵌入相空间理论表明, 从一个单变量的时间序列重构出一个“等价的”相空间, 只需将某些经过适当延迟的点的观测值作为新维处理, 确定为某个多维状态空间中的一点, 就可对相空间进行重构, 并可在这个相空间中恢复原有动力学系统, 研究其吸引子的性质等。当相空间维数适当多时, 重构的相空间具有与实际的动力系统相同的几何性质与信息特征, 且不依赖于重构过程的具体细节<sup>[5]</sup>。

设  $\{x_n(k) : k = 1, \dots, N\}$  ( $n$  表示任意电磁场分量, 如  $Ex, Ey, Hx, Hy, Hz, N$  表示时间序列长度) 是大地电磁场耦合系统的一个观测时间序列, 将其嵌入到  $m$  维的欧氏空间  $R^m$  中, 即对某个时间序列截取前  $m$  个数据构成  $m$  维相空间的一个向量  $Y_1(m, 0) = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ , 然后采用右移法向右移动  $t$  个数据, 构成  $m$  维相空间的另一个向量  $Y_2(m, t) = (x_{1+t}, x_{2+t}, \dots, x_{m+t})$ , 这样不断地移动, 就可形成  $N_m$  维的相空间向量  $Y(i)$ :

$$Y_n(m, t) = (x_n, x_{n+t}, \dots, x_{n+(m-1)t}) , \quad (2)$$

式中  $n = 1, 2, \dots, N_m$ ;  $N_m = N - (m-1)t$ ;  $t$  为时间延迟;  $m$  为重构相空间维数, 与时间序列吸引子的关联维有关。

### 1.2 G—P 算法与关联维计算

关联维数对吸引子的不均匀性反应敏感, 相比其它分形维数更能反映吸引子的动态, 是刻画系统分形特征的重要参数。1983 年, Grassberger 与 Procaccia 据嵌入理论与重构相空间思想提出了从时间序列直接计算关联维数的算法<sup>[6]</sup>, 简称 G—P 算法。

从上述重构相空间的  $N_m$  个点中任意选定一个参考点, 计算其余各点到这个点的距离  $R$ :

$$R_{ij} = \left[ \sum_{k=0}^{m-1} (y_{i+k} - y_{j+k})^2 \right]^{1/2} , \quad (3)$$

再对所有的点对重复这一过程, 并通过关联函数计算其关联值:

$$C_m(R) = \frac{2}{N_m(N_m-1)} \sum_{i,j=0}^{N_m} H(R - R_{ij}) , \quad (4)$$

式中  $H$  为 Heaviside 函数,  $H(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$ 。

若时间序列存在关联维  $D$ , 那么在一定的点对距离  $R$  的区间内(无标度区间内), 有  $C(R) = KR^D$  成立(即满足幂指准则,  $k$  为常量系数), 通过取对数计算, 有时间序列的关联维数  $D = \ln C(R) / \ln(R)$ 。在  $\ln C(R) - \ln(R)$  关系中, 随着相空间维数  $m$  的增

加, 关联维数  $D$  也随着增加。当  $m$  达到一定值时,  $D$  值不再随着  $m$  增加而增大, 而是趋于饱和值  $D_m$ , 那么, 此时的  $D_m$  就是该时间序列的吸引子关联维数。相应地, 此时的相空间维数  $m$  值为该吸引子的最小相空间维数(饱和嵌入维), 表征了系统自由度数目的多少。 $m$  和关联维数  $D_m$  分别给出了系统所包含基本变量数目的上限和下限。

## 2 大地电磁信号的分形特征

利用上述方法对大地电磁场时间序列进行相空间重构, 用 G-P 算法对多个测点的大地电磁场水平分量( $Ex, Ey, Hx, Hy, E$  和  $H$  分别表示电场与磁场分量)时间序列的高、中、低频段(采样频率为 1 000 Hz、100 Hz、10 Hz)进行计算, 并用幂指数准则进行检验。计算中时间延迟  $t$  的选择应等于或略大于时间序列自相关时间尺度, 以保证重建系统各个坐标分量是相互独立的, 这里取  $t=2$ 。

由式(2)和式(3)可知, 当  $R \geq \max(R_{ij})$  时,  $C(R)=1$ ; 当  $R \leq \max(R_{ij})$  时,  $C(R)=0$ , 因此, 有  $\ln C(R) \leq 0$ 。显然, 若选择  $R$  过大, 则  $C(R)=1$ , 反映不出系统的内部性质; 若过小, 系统中的一切偶然的噪声都会表现出来, 使得  $D=m$ 。鉴于此, 计算中取  $R \in [\min(R_{ij}), \max(R_{ij})]$ , 步长为 0.2。重构相空间维数  $m$  的选择一般是由小到大, 直至在双对数图上其斜率  $D$  达到饱和为止, 这里  $m$  取 2~20。实验表明, 大地电磁场时间序列存在一定的无标度区间, 并具有明显的分形结构特征。

### 2.1 相空间维数与关联维的关系

图 1 描绘了电场  $Ex$  分量关联函数  $C(R)$  与相空间维数  $m$  的关系曲线。 $\ln C(R)$  随着  $\ln(R)$  的增加在初始阶段快速增大, 然后增量逐渐减小, 最后趋向于 0。在一定的点对距离范围内(无标度区间)  $\ln C(R)$  与  $\ln(R)$  呈线性关系(拟合相应直线段(无标度区间内)的斜率即为关联维数  $D$ )。随着相空间维数  $m$  的增大, 无标度区间逐渐增大, 相应地关联维数  $D$  也随着增大。如图 2 所示, 当  $m \approx m=8$  时,  $\ln C(R) - \ln(R)$  曲线趋于平行, 关联维数  $D$  也趋于饱和( $D_m=3.26$ ), 无标度区间也稳定在 4~55。对其他的分量及频段计算也得到了类似的行为特征。这表明在大地电磁场时间序列的重构相空间中吸引子是存在的, 即具有混沌特征。由吸引子关联维的定义, 客观地表明了大地电磁场虽然是看似复杂随机过程 但事实上是一个有限维的确定系统, 且

控制这一系统的变量并不多, 在高频段仅需要 3~4 个基本变量。

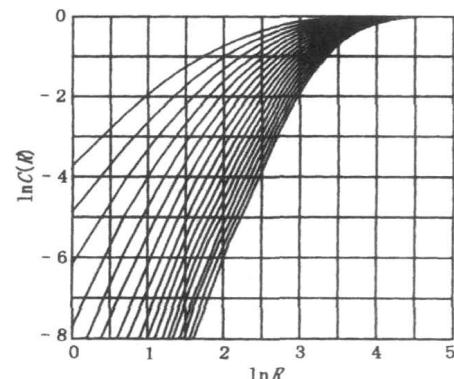


图 1  $\ln C(R)$  与  $\ln R$  的关系

Fig. 1 Relation of  $\ln C(R)$  and  $\ln R$

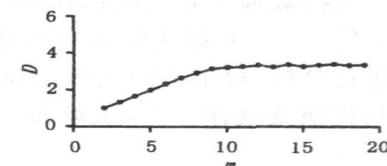


图 2 高频电场  $Ex$  分量关联维数  $D$  与相空间维数  $m$  的关系

Fig. 2 Relation of correlative dimension  $D$  and phase space dimension  $m$

### 2.2 水平分量和采样频率与关联维的关系

表 1 为  $m=10$ , 数据长度  $N=512$ , 共 50 组电磁场分量时间序列数据的平均关联维数值。可以看到: a.  $Ex$  与  $Hy$ 、 $Ey$  与  $Hx$  分量的关联维较为一致, 相互之间的差异小于 0.2, 而其它分量之间的差别则较大。事实上  $Ex$  与  $Hy$ 、 $Ey$  与  $Hx$  分别反映了 TE 或 TM 模式下(为了方便面分析下文称  $Ex$  与  $Hy$  为 TE 模式下的电磁分量、 $Ey$  与  $Hx$  为 TM 模式下的电磁分量)的地下电性分布信息。也就是说, 相互正交的电磁场时间序列吸引子的关联维共同反映了观测对象的结构信息。b. 不同频段间的关联维存在一定的差异, 这表明不同频段中控制系统的变量数目是不同的。这可能原自于两方面原因: 一是自仿射信号分形维数与所选择的观测单位有关<sup>[2]</sup>; 一是源于地下不同深度上介质结构信息的反映。因为, 在大地电磁场的观测中, 不同频段间信号反映的是地下不同深度介质的电性结构信息, 频率越低, 反映的深度越大。这也进一步印证了文献[7~8]部分结论: 大地电磁场时间序列的分形特征能定性的反映地下介质的分布信息。

### 2.3 噪声对关联维数的影响

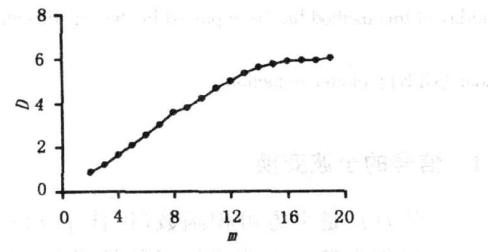
实验显示, 噪声的存在对关联维数的影响较大,

表1 高频段不同分量间的关联维间的关系

Table 1 Relation of correlative dimension between different highs

频段	采样频率/Hz	Ex		Ey		Hx		Hy	
		$D_m$	$m_\infty$	$D_m$	$m_\infty$	$D_m$	$m_\infty$	$D_m$	$m_\infty$
高	1 000	3.23	8	4.12	9	4.31	9	3.16	8
中	100	5.46	10	5.62	11	5.55	11	5.34	10
低	10	0.96	3	1.07	3	1.13	3	0.93	3

不仅改变了关联维数值, 也影响了标度区间的大小及其与之正交分量的关联维数值。图3为高频段脉冲噪声对关联维数的影响图, 相对于图2可以看到, 虽然曲线形态相似但关联维数饱和值及其相空间维数显著增大, 分别达到  $D_m = 5.97$ ,  $m = 14$ , 无标度区间变小, 当噪声强度增加时甚至难于确定。这是因为, 噪声的引入改变了系统状态参量的数目, 改变了时序信号的结构。随着噪声强度的增大信噪比的降低, 使有限维的确定系统逐渐向随机系统演变, 从而影响了关联维数值与无标度区间的确定。

图3 噪声对关维数  $D$  的影响Fig. 3 Noise effect to correlative dimension  $D$ 

## 2.4 关联维数与地下电性分布

图4为实测的视电阻率曲线(共分高、中、低3个频段计算, 其时间序列的采样频率分别为: 1 000 Hz、100 Hz、10 Hz), 其相应关联维数与相空间维数如表1, 频率区间分别为: 高频段 9.766~344.727 Hz, 中频段 0.977~34.473 Hz, 低频段 0.01~0.345 Hz。TE模式电磁分量( $Ex$ ,  $Hy$ )的关联维数为(3.23, 3.16)、(5.46, 5.34)、(0.96, 0.93); TM模式电磁分量( $Ey$ ,  $Hx$ )的关联维数为(4.12, 4.31)、(5.62, 5.55)、(1.07, 1.13)。视电阻率曲线呈K型, 中间层为高阻, 上层与下层为低阻层。对比相应频段的关联维可以看到, 它与视电阻率大小呈一定的对应关系, 如TM模式下关联维大于TE模式下的关联维, 中频段的关联维大于高频和低频段的关联维等。在高频段与低频段视电阻率和关联维的对应, 有些与上述不一致, 可能是源于高频段大地电磁场更易受

到环境电磁场影响, 从而改变了系统参量的数目的原故。总之通过计算大地电磁场时间序列的关联维数能定性地反映出地下介质电性的高低变化及结构信息。

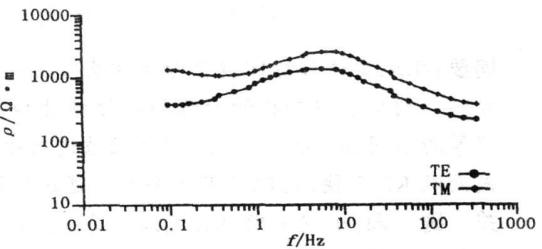


图4 视电阻率曲线

Fig. 4 Curve of apparent resistivity

## 3 结论

利用相空间重建理论与G-P算法对大地电磁场分量的时间序列进行相空间重构, 分析表明, 大地电磁场时间序列存在一定的无标度区间, 并具有明显的分形特征, 其关联维数虽然在不同的频段和极化方法上存在一定的差异, 但数字计算稳定, 无标度区间明显。因此, 大地电磁场虽然看似是随机的天然信号, 实事上, 它是具有内在确定性的随机信号。当受到噪声干扰时, 关联维数值发生波动, 无标度区间变小。事例分析也表明, 大地电磁场时间序列关联维数能定性地反映地下介质电性分布和结构特征, 揭示了不同频率、不同场分量间的分形特征及其演变特性。

## 参考文献

- [1] MANDELBROT B B, FREEMAN W H. The fractal geometry of nature [M]. New York: Freeman, 1983.
- [2] 王赤, 陈金波, 王水. 地球变化磁场的分形和混沌特征[J]. 地球物理学报, 1995, 38(1): 16—24.
- [3] 党建武, 黄建国. 地震信号空间序列分形特征的研究[J]. 信号处理, 2003, 19(3): 211—206.
- [4] CHAVE A D, THOMSON D J, ANDES M E. On the robust estimation of power spectra, coherences and transfer functions[J]. Geophys Res, 1987, 92: 633—648.
- [5] TAKENS. Lecture notes in math[M], Berlin: Springer Verlag, 1981.
- [6] GRASSBERGER P, PROCACCIA I. Characterization of strange attractors[J]. Physical Review Letters, 1983, 50(5): 346—349.
- [7] 李丽清, 余钦范, 李辉. 大地电磁资料的分形特征[J]. 物探化探计算技术, 1997, 19(4): 312—316.
- [8] 李学民, 曹俊兴, 刘百红. 分形理论在提取大地电磁资料构造信息中的应用[J]. 石油物探, 2004, 43(3): 245—247.