

文章编号: 1001-1986(2002)04-0057-04

# 一种层状介质条件下射线的全路径迭代追踪法

王祯祥<sup>1,2</sup>, 高尔根<sup>1</sup>, 徐果明<sup>1</sup>, 刘同庆<sup>3</sup> (1. 中国科学技术大学地球和空间科学系, 安徽 合肥 230026;  
2. 内蒙古地震局, 内蒙古 呼和浩特 010051; 3. 安徽省地质科学研究所, 安徽 合肥 230001)

**摘要:**从射线在整条路径上满足 Fermat 原理出发, 采用一阶 Taylor 展开等办法, 推出一个适用于任意层状地质结构下近似求解射线路径的对称正定三对角矩阵方程, 通过求解该方程并结合迭代技术, 从而实现对整条射线路径的全路径迭代计算。模型计算表明, 本方法对于任意复杂结构和随机速度分布情况, 其计算速度比传统的打靶法快, 精度可根据需要预先确定, 为复杂结构的地震偏移和层析成像提供了一种有效的射线追踪方法。

**关键词:**射线追踪; 全路径迭代; 对称正定三对角矩阵方程; 层析成像

**中图分类号:** P631.4<sup>+</sup>1 **文献标识码:** A

## 1 引言

地震波的射线追踪在地震波的走时计算及地球物理学中, 起着极其重要的作用, 它不但是研究介质任意速度分布情况下地震波传播问题的有效手段之一, 而且在地震定位、地震剖面解释、深地震测深和偏振化研究等方面都起着重要的作用。同时, 射线追踪方法还是地震层析成像和叠前深度偏移等方法的一个重要环节。因而寻找一种精确而快速的射线追踪算法, 对于地球物理学的研究乃至地震层析成像都具有特别重要的意义。

在利用地震数据对地下速度结构进行成像研究方面, 要求人们不得不去求解两点间射线追踪问题, 这使得两点间射线追踪问题在射线追踪问题中一直占有非常重要的地位。已有很多学者对两点间射线

追踪问题进行过研究, 并且为了解决两点间射线追踪问题, 已各自提出了许多解决方法。但是, 任何一种方法都不可能包罗万象, 在处理不同的介质分布情况时, 每种方法各有千秋, 对于特定的介质分布情况, 可能采用相应的射线追踪方法, 才能获得最佳的追踪计算效率。因而, 这就要求我们根据具体的介质分布情况, 研究出合适的射线追踪算法。本文主要根据射线满足 Fermat 原理, 从初始射线出发, 再结合 Taylor 展开等办法, 推得一个求取射线路径修正量的对称正定三对角矩阵方程, 通过求解该矩阵方程(正定), 实现对射线路径的校正, 当整条射线路径的校正量满足某个控制精度要求时, 则认为射线追踪过程结束。这种方法追踪到的射线, 在整条路径上满足同一个射线参数; 并且, 追踪过程中可以给出地震射线的走时。模型计算表明: 本文提出的全

**收稿日期:** 2001-08-24

**基金项目:** 国家自然科学基金 94274203 与 49974008 项目联合资助课题

**作者简介:** 王祯祥(1963—), 男, 内蒙古呼和浩特市人, 中国科技大学地球和空间科学系硕士研究生, 主要从事地震波传播及地震分析预报和计算机网络工作。

大, 转折角太大时测线能交不连的原则。

c. 资料处理时, 针对弯线曲率较大的个别地段, 地下反射点离散现象较严重, 要采用选择性加权叠加, 才能保证其同相叠加。

## Coal field crook seismic prospecting technology and application

YANG Shuang-an, WEI Shu-hong

(Shanxi Synthetical Prospecting Team of Coal geology, Jinzhong 030600, China)

**Abstract:** Coal field seismic prospecting in loess plateau or complicated loess topographic area needs going on the research of crook seismic working technology along channel. In the practice some ideas have come into being on the crook method's application. This paper mostly analyzes main collection parameter selection and working technology measure about applying crook seismic line to coal field seismic prospecting, and introduces the application effect of crook seismic prospecting technology.

**Key words:** crook technology; cell of common reflection; maximum deviation distance.

## 参考文献

- [1] 长春地质学院, 武汉地质学院, 成都地质学院合编. 地震勘探原理和方法[M]. 北京: 地质出版社, 1981. 335—350.

路径迭代射线追踪算法,具有计算精度高,运算速度快等优点,能满足叠前深度偏移或层析成像等问题所提出的要求。

## 2 方法原理

以二维层状介质情况下透射波全路径迭代过程为例,来说明全路径迭代射线追踪过程,对于反射波来说,其原理相同。所作的讨论可以直接推广到三维层状介质情况。(图 1)若震源和接收点分别位于  $(x_0, y_0)$  点和  $(x_{n+1}, y_{n+1})$  点,则总旅行时  $t$  为:

$$t = \sum_{i=1}^{n+1} [(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2]^{1/2} / v_i, \quad (1)$$

这里  $y_i = f_i(x_i)$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ 。

按照 Fermat 原理,可以得到:

$$\frac{\partial t}{\partial x_i} = \frac{x_i - x_{i-1} + \frac{\partial y_i}{\partial x_i} (y_i - y_{i-1})}{v_i [(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2]^{1/2}} + \frac{x_i - x_{i+1} + \frac{\partial y_i}{\partial x_i} (y_i - y_{i+1})}{v_i [(x_i - x_{i+1})^2 + (y_i - y_{i+1})^2]^{1/2}} = 0. \quad (2)$$

首先从任意定的初始射线路径出发,假设初始路径与各界面的交点座标为  $(x_i, f_i(x_i))$ , 真实射线与各界面的交点座标为  $(x_i + \alpha_i, f_i(x_i + \alpha_i))$ 。通过对(2)式采用一阶 Taylor 不完全展开等办法,即对射线长度不展开。并且令

$$\beta_i = f_i(x_i), \quad u_i = x_i - x_{i-1},$$

$$\omega_i = f_i(x_i) - f_{i-1}(x_{i-1}),$$

$$\theta_i = 1 / (v_i \sqrt{u_i^2 + \omega_i^2}),$$

$$p_i = \theta_{i+1} u_{i+1} - \theta_i u_i,$$

$$q_i = \theta_{i+1} \omega_{i+1} - \theta_i \omega_i.$$

最终可推得一个对称正定三对角矩阵方程:

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & & & \\ b_1 & a_2 & b_2 & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & b_{n-2} & a_{n-1} & b_{n-1} \\ & & & b_{n-1} & a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_{n-1} \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \vdots \\ d_{n-1} \\ d_n \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中  $a_i = (\theta_i + \theta_{i+1})(1 + \beta_i^2)$ ,

$$b_i = -\theta_{i+1}(1 + \beta_i \beta_{i+1}),$$

$$d_i = p_i + q_i \beta_i.$$

利用对称正定三对角方程组(3)可以求得未知向量中各元素  $\alpha_i$ , 让  $x_i = x_i + \alpha_i$ , 这样由新的  $(x_i, f_i(x_i))$  点就构成了一次迭代射线路径与各界面之间的交点;继续上述过程,直到  $\alpha_i$  的某种范数之和小

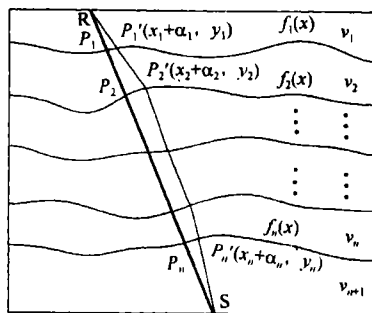


图 1 任意界面二维层状介质全路径迭代射线追踪示例图于某个给定的控制误差时,认为射线追踪过程结束,最终得到的  $(x_i, f_i(x_i))$ , 就构成了射线路径与各界面之间的交点。

对于特殊介质分布情况下的几点说明:

a. 当介质为水平层状分布时,上述矩阵方程中的各个矩阵元素可以进一步简化:

$$a_i = (\theta_i + \theta_{i+1}), \quad b_i = -\theta_{i+1}, \quad d_i = p_i.$$

b. 当介质中存在尖灭时,在尖灭区之外,可以采用减少一层的办法进行处理。

c. 当界面以离散点形式给出时,为了保证界面的光滑连续性,可采用三次样条函数进行样条插值处理。

d. 当介质分块情况下(在地层受到挤压和剪切等构造运动作用后,形成断裂情况下,断裂面附近地层表现为纵向分层、横向分块构造,如图 5 模型),射线穿过竖界面时,此时只需将界面函数中的  $x$  变量用  $y$  变量代替即可,射线追踪的方程形式不变。当然,这时的建模工作量比较大,具体建模方法,可参见文献<sup>[20]</sup>。

上述过程推导的是透射波情况,对于反射波来说,其形式仍为三对角方程组。此时,方程组的阶数为  $2n-1$ 。各变量形式为:

a. 当  $i < n$ ,  $\beta_i$ ,  $u_i$ ,  $\omega_i$ ,  $l_i$ ,  $p_i$  和  $q_i$ , 形式与透射波相同;

b. 当  $i = n$  时,

$$\beta_i = f_{2n-i}(x_i),$$

$$\omega_i = f_{2n-i}(x_i) - f_{2n-i+1}(x_{i-1}),$$

$$\theta_i = 1 / (v_{2n-i} \sqrt{u_i^2 + \omega_i^2}),$$

其余变量同前,其追踪计算过程与透射波相同。

## 3 数值计算

通过下面几个算例,检验任意界面情况下全路径迭代射线追踪方法的可行性及计算精度和速度。

### 3.1 水平层状介质模型

图 2a 为一个多层水平界面的透射波射线追踪

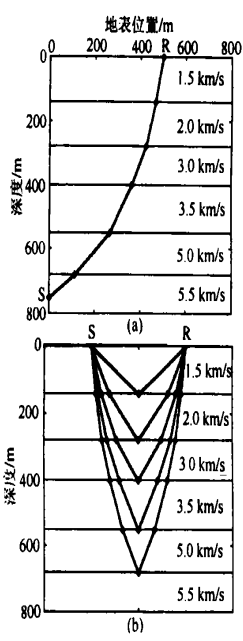


图 2 水平层状界面的射线追踪介质模型  
a——透射波射线追踪;b——反射波射线追踪

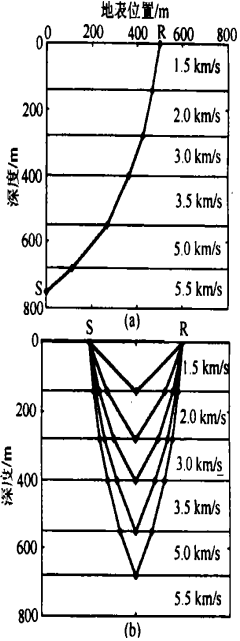


图 3 三层连续界面的射线追踪介质模型  
a——透射波射线追踪;b——反射波射线追踪

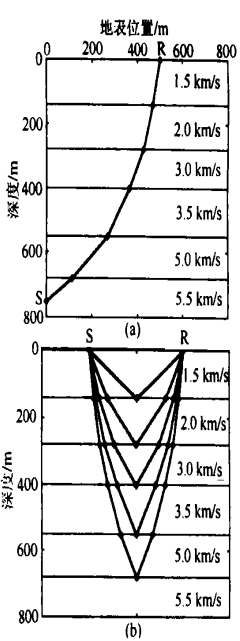


图 4 倾斜界面的介质模型  
a——透射波射线追踪;b——反射波射线追踪

介质模型,震源位于左侧,接收点在地表上,模型参数如图所示。图 2b 为其反射波射线追踪结果,源点和接收点位于地表。

3.2 任意界面情况下介质模型

图 3a 为一个三层连续界面的透射波射线追踪介质模型,震源位于左侧,接收点在地表上,第一层界面函数为

$$f_1(x) = 100 + 0.6x - (x/40)^2, m,$$

速度为 2.0 km/s;第二层界面函数为

$$f_2(x) = 400 + [(x - 400)/80]^3, m,$$

速度为 2.5 km/s;第三层界面函数为

$$f_3(x) = 575 + 0.075x + (x/80)^2, m,$$

速度为 3.5 km/s;底部为 5.0 km/s。图 3b 为反射波射线追踪介质模型,源点和接收点位于地表。

3.3 特殊情况介质模型

图 4 为一个倾斜界面的介质模型,其中第一层的界面函数为

$$f_1(x) = 150 + 0.25x, m,$$

速度为 2.0 km/s;第二层界面函数为

$$f_2(x) = 360 + 0.1x, m,$$

速度为 3.0 km/s;第三层界面函数为

$$f_3(x) = 600 - 0.2x, m,$$

速度为 3.5 km/s;底部介质速度为 4.0 km/s。图 4a 为透射波路径,源点位于左侧底层下方,接收点位于地表;图 4b 为它的反射波射线追踪例子,源点和接收点位于地表。

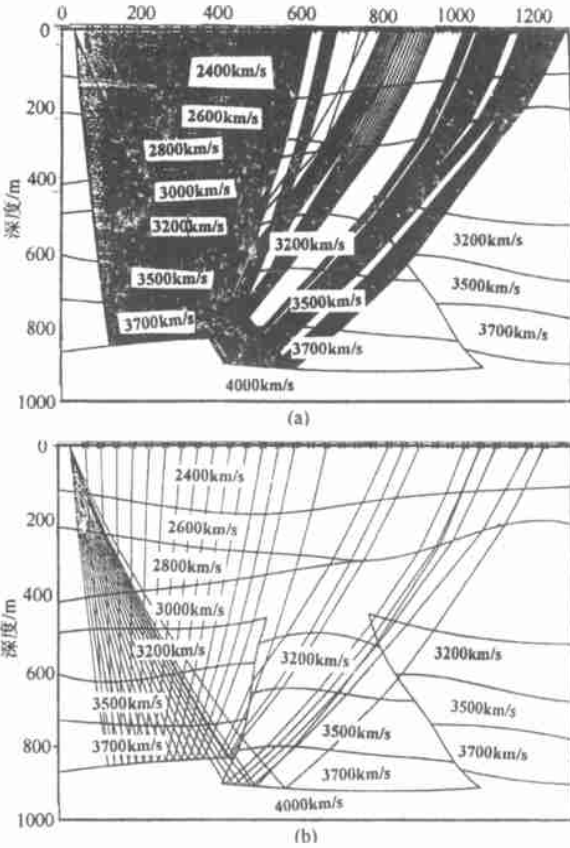


图 5 复杂结构的反射波射线追踪模型  
a——共炮点反射波射线追踪;b——试射法角度扫描

3.4 复杂结构的介质模型

图 5a 为一个复杂结构的多层介质模型的共炮点反射波射线追踪结果,模型界面以离散点形式给出。在进行射线追踪过程中,通过采用样条函数分

段光滑连接,构成分段连续界面。模型中既包含逆断层,又包含介质的尖灭。炮点和接收点位于地表,道间距为 10 m。为了更好地显示反射波射线追踪的结果,图中仅绘制了最底层反射波射线路径。图 5b 为采用试射法对这一模型进行角度扫描的结果,从图 5a 与 5b 的图示结果可以看出:本方法追踪到的射线路径结果与实际情况吻合较好。

#### 4 结论

本文提出的方法具有很好的适定性。模型计算表明:本方法的计算速度快,追踪到的射线路径可以是真实路径的任意精度下的逼近值。

影响本方法计算速度的主要因素为初始射线路径的给定,当初始路径远离真实射线路径时,其迭代次数就相对增多一点。在 seismic 勘探中,由于接收点和源点按一定规律排列和移动,同时道间距与深度相比较小,因此,对于共炮点道集或共接收点道集等数据,在射线追踪过程中,可以采用前一道的追踪结果作为下一道的初始射线路径,这样就可以大大节省追踪计算时间,提高射线追踪效率。

本方法可以避免古典牛顿法等方法在直接求解非线性方程组(2)时,由于初始射线路径给定不当所可能出现的不适定问题。本方法与文献<sup>[6,7,20]</sup>相比较,校正量的求取不用分段进行,提高了编程效率。当介质中存在多条射线路径时,可以采用设置多条初始路径的办法来解决。当然也可以结合角度扫描等方法,先找出射线区间,再进行射线路径追踪计算。这后一种办法也许是解决多解性的一条有效措施。

#### 参考文献

- [1] 杨文采,李幼铭.应用地震层析成像[M].北京:地质出版社,1993.
- [2] Um J,Thurber C H.A fast algorithm for two-point seismic ray tracing[J].Bull.Seis.Soc.Am.,1987,(77):927—986.
- [3] Cassell B R.A method for calculating synthetic seismograms in laterally

varying media[J].Geophys.J.R.Astron.Soc.,1982,(69):339—354.

- [4] Chander R.On tracing seismic rays with specified end points in layers of constant velocity and plane interface[J].Geophys Prosp.,1997,(25):120—124.
- [5] Farra V.Bending method revisited;a Hamiltonian approach[J].Geophys J.Int.,1992,(109):138—150.
- [6] 高尔根,徐果明,赵炎炎.一种任意截面的逐段迭代射线追踪方法[J].石油地球物理勘探,1998,33:54—60.
- [7] 高尔根,徐果明.二维速度随机分布逐步迭代射线追踪方法[J].地球物理学报,1996,39(增刊):302—308.
- [8] Langan R T,Lerche I,Cutler R T.Tracing of rays through heterogeneous media;An accurate and efficient procedure[J].Geophysics,1985,(50):1456—1465.
- [9] 黄联捷,李幼铭,吴如山.用于图像重建的波前法射线追踪[J].地球物理学报,1992,35:223—233.
- [10] 刘洪,孟凡林,李幼铭.计算最小走时和射线路径的界面网全局方法[J].地球物理学报,1995,38:823—832.
- [11] Vidale J E.Finite difference calculation of traveltime[J].Bull.Seis.Soc.Am.,1988,(78):2062—2076.
- [12] Vidale J E.Finite difference calculation of traveltimes in three dimension[J].Geophysics,1990,55:521—526.
- [13] 刘家琦.走时地震层析成像的方法技术[A].应用地震层析成像[M].北京:地质出版社,1993.36—69.
- [14] Julian B R,Gubbins D.Three-dimensional seismic ray tracing[J].J.Geophys,1997,(43):95—114.
- [15] Hanyga A.Numerical methods for tracing rays and wavefronts[M].Seismological Algorithm:Computational Methods and Bomputer Programs.Academic Press,London,1988.
- [16] Keller H B,Perozzi D S.Fast seismic ray tracing[J].Soc.Ind Appl.Math.J.Appl.Math,1983,(43):981—992.
- [17] Pereyra V,Lee W H K,Keller H B.Solving two-point seismic ray tracing problems in a heterogeneous medium[J].Bull.Seis.Soc.Am.,1980,(70):79—99.
- [18] Podvin P,Lecomte I.Finite difference computation of traveltime in very contrasted velocity models;A massively parallel approach and its associated tools[J].Geophys J.Int,1991,(105):271—284.
- [19] Sambridge M S,Kennett B L N.Boundary value ray tracing in heterogeneous medium;a simple and versatile algorithm[J].Geophys J.Int.,1990,(101):157—168.
- [20] 徐果明,卫山,高尔根等.二维复杂介质的块状建模及射线追踪[J].石油地球物理勘探,2001,36:213—219.

### A kind of whole-path iterative ray-tracing method in stratum structure media

WANG Zhen-xiang<sup>1,2</sup>, GAO Er-gen<sup>1</sup>, XU Guo-ming<sup>1</sup>, LIU Tong-qing<sup>3</sup>

(1.Department of Earth and Space Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China;

2.Bureau of Seismology of Neimenggu, Huhehaote 010051, China;

3.Institute of Geologic Survey of Anhui, Hefei 230001, China)

**Abstract:** It starts in this paper from the fact that the ray-path satisfies the Fermat's principal in the whole ray-path. By use of one order Taylor expansion, a well-posed symmetry tridiagonal matrix equation that fits to approximately calculate ray-path adjustment is obtained. Then, combining solving this matrix equation and iterative technique, a whole-path iterative ray-tracing method is fulfilled. The procedure of the ray tracing is ended when the adjustments on the whole ray-path satisfy the preset precision. Numerical tests indicate that this algorithm is faster than traditional shooting method in the arbitrary interface velocity distribution and the precision can be predetermined. It offers a new kind of efficient ray-tracing method for seismic migration and tomography in complex structure.

**Key words:** Ray tracing; whole-path iterative; well-posed symmetry tridiagonal matrix equation; tomography.