

文章编号: 1001-1986(2016)06-0142-06

# 基于地震干涉的回采工作面随采地震成像方法

陆 斌

(中煤科工集团西安研究院有限公司, 陕西 西安 710077)

**摘要:** 煤矿安全生产迫切需要能够对工作面进行实时探测的方法, 随采地震成像方法是一个有效解决途径。基于采煤机地震信号特征的分析, 研究对比了 3 种随采地震信号干涉方法的适用性, 利用贝叶斯反演提出了工作面的随采地震槽波层析成像方法。结果表明: 采用反褶积干涉或互相关干涉, 皆能有效压缩震源的子波, 得到比互相关干涉更宽频谱的炮集; 利用二次干涉方法, 有助于获得更高精度的到时与层析成像结果。该方法能够实现煤矿井下回采工作面的随采地震实时成像, 及时发现速度随时间变化的危险区域, 对工作面地质灾害做出预警。

**关键词:** 采煤机; 工作面; 地震干涉; 噪声成像; 槽波

**中图分类号:** P631 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1001-1986.2016.06.026

## A Seismic while mining method of coal working-face based on seismic interferometry

LU Bin

(Xi'an Research Institute, China Coal Technology and Engineering Group Corp., Xi'an 710077, China)

**Abstract:** A real-time detection method of working face is urgently needed for coal mine safety, and seismic imaging while mining is an effective way. Based on the analysis of characteristics of seismic signals from coal mining machine, we compared the applicability of three interference methods, and used Bayesian inversion to put forward a tomographic imaging method of in-seam wave while mining in working face. The results showed that using interferometry by deconvolution or by cross-coherence can effectively compress the wavelet of source, and the frequency spectrum are wider than that from cross-correlation; in order to get high-accuracy arrival time and high-accuracy CT, two step interference method is effective. The method can realize real-time imaging the working face, and find the velocity change area thereby warning geological disasters in time.

**Key words:** coal shear; working face; seismic interferometry; noise imaging; in-seam wave

煤矿回采工作面的地质条件精细探测是一个技术难题, 基于采煤机震源的随采地震成像提供了一种可能的解决途径。一般而言, 地面三维地震很难有效探测到工作面内的微小构造, 因为地面反射地震的波长为 40~50 m, 而工作面内断层的断距和陷落柱的直径往往只有此波长的十分之一<sup>[1]</sup>; 同时, 煤矿开采引起的围岩失稳、矿压显现是一个动态的发展过程, 迫切要求开发一种实时获取这些动态信息的探测方法。借鉴随钻地震实时近距离对前方地层进行精细探测的思路<sup>[2]</sup>, 人们提出以采煤机为震源、利用地震干涉对工作面进行实时精细成像的随采地震方法。

以采煤机为震源的随采地震探测技术很早就受到关注。1980 年就有人提出利用采煤机作为震源探测煤层中断层的思想<sup>[3]</sup>, 不过没有开展实际研究工作; 1990 年, 美国矿山局曾致力于发展以采煤机为震源的地震层析成像技术, 以预测前方煤层的应力条件<sup>[4]</sup>, 但因当时采煤机的位置无法准确知道、也不清楚采煤机地震能量是否足够等原因, 未能深入下去; 2009 年, 有学者提出利用采煤机信号开展煤层顶板的层析成像, 以探测前方煤层顶板稳定性的方法, 并给出了一个实例<sup>[5-6]</sup>, 他们将检波器布置在回风巷顶板内约 1 m 深处, 采煤机在掌子面上的精确位置由一种新式定位设备实时获得, 利用谱相干

收稿日期: 2016-07-25

基金项目: 国家科技重大专项课题(2011ZX05040-002); 中国博士后科学基金项目(2012M511967)

**Foundation item:** National Science and Technology Major Projects(2011ZX05040-002); Postdoctoral Science Foundation Funded Project of China(2012M511967)

第一作者简介: 陆斌(1973—), 男, 甘肃榆中人, 博士, 助理研究员, 从事煤矿井下地震方面研究工作。E-mail: lubin@cctegxian.com

引用格式: 陆斌. 基于噪声地震干涉的煤矿工作面随采成像方法[J]. 煤田地质与勘探, 2016, 44(6): 142-147.

LU Bin. A Seismic while mining method of coal working-face based on seismic interferometry[J]. Coal Geology & Exploration, 2016, 44(6): 142-147.

技术提取了体波的透射速度, 最终得到了掌子面和回风巷之间三角形区域煤层顶板的体波速度分布图像。近年来, 国内也将此研究列为重点发展方向, 并取得了一定的成果<sup>[7-10]</sup>。总的来看, 采煤机为震源的随采地震思想提出的比较早, 但发展相对缓慢, 最近几年才逐渐被重视起来。

随采地震这种被动源探测技术再次受到重视, 主要得益于地震干涉技术在近几年取得的快速进步<sup>[11]</sup>。与传统的互相关相比, 反褶积干涉和互相干涉对频带较窄的被动震源有较好的适应性, 本文在分析采煤机信号特征的基础上, 研究了采煤机信号的各种地震干涉方法; 在取得干涉炮集后, 利用被动源数据的冗余性, 用二次干涉方法进一步提高信噪比; 最后利用贝叶斯反演获得了回采工作面的层析成像结果, 该方法可以利用先验的波速、波速的协方差、数据的协方差等信息约束优化范围, 即使对不适定性较高的反演问题也能得到合理的结果。

## 1 采煤机的信号特征

目前大部分煤矿采用长壁采煤法, 它是利用巷道分割出一片待采工作面, 利用采煤机沿着长壁往复切割, 切下的煤利用运输皮带运出煤矿, 长壁后的液压支架可自动前移保护采煤机械和人员的安全。其中最常见采煤机是滚筒采煤机, 这种采煤机上安装有截煤滚筒, 这是一种螺旋叶片式圆筒形部件, 其上装有截齿, 工作时滚筒旋转带动截齿切割煤层。采煤机的工作是落煤和装煤, 落煤是把煤从掌子面上采下来, 装煤是把煤装到刮板运输机上, 这里只考虑与采煤机震源相关的落煤过程。

采煤机总的做功包括扭矩作的功和垂直煤壁力作的功, 对于采煤机来说主要是扭矩做功。总的功为

$$W_{\text{mine}} = \frac{2\pi \times V_{\text{RPM}} \times F_{\text{TOB}}}{60} + \frac{S_{\text{ROP}} \times F_{\text{WOB}}}{3.6 \times 10^3} \quad (1)$$

式中  $V_{\text{RPM}}$  表示滚筒每分钟旋转的圈数;  $F_{\text{TOB}}$  表示滚筒的扭矩, kNm;  $S_{\text{ROP}}$  表示每小时在煤壁垂向力方向掘进的量, m/h;  $F_{\text{WOB}}$  表示煤壁垂向力, kN; 其中, 等式右边第一项是旋转切割的功, 第二项是垂向煤壁力作的功, 例如: 采煤机的总装机功率约为 1 000 kW, 截深 800 mm, 滚筒转速 28 r/min, 则采煤机每秒的总输出能量约等于 238 g 炸药的能。

采煤破岩做的功被分配到 3 个方面: 产生新表面( $W_{\text{break}}$ )、发热( $W_{\text{heat}}$ )、振动( $W_{\text{vibr}}$ )。

$$W_{\text{mine}} = W_{\text{break}} + W_{\text{heat}} + W_{\text{vibr}} \quad (2)$$

Simon 利用格里菲斯的断裂力学理论估计新表

面能  $W_{\text{break}}$  约占总能量的 1%。对于一般的钻头, 总能量的 99% 转化为热能, 1% 用于产生新表面, 约 0.0004% 产生远场辐射的弹性波<sup>[12]</sup>。

## 2 随采地震信号的提取方法

将连续的机械噪音转化为有意义信号的方法, 一般采用互相关方法<sup>[13]</sup>。近几年, 随着噪音成像技术的快速发展, 除了互相关方法外, 反褶积干涉、互相干涉等陆续成为研究热点。和相关干涉相比, 反褶积干涉能够自动消除震源子波的自相关函数, 对于具有复杂时间结构的震源, 反褶积干涉能得到更好的图像<sup>[14]</sup>, 互相干(cross coherence)干涉与反褶积干涉类似<sup>[15]</sup>。3 种方法相比较: 互相关方法稳定但不适用于子波频带较窄的震源; 反褶积干涉对频带较窄的震源有适应性, 但有潜在的不稳定性, 需要正则化; 互相干方法对于被不稳定且强的加性噪音污染的数据可能更适合, 如从汽车和火车等震动中提取体波和面波<sup>[16]</sup>。

### 2.1 地震干涉原理

#### a. 互相关干涉原理

通常的地震干涉是一种求取各个检波器之间格林函数的方法。对于某个震源  $s$ ,  $G(r_A, s)$  是  $s$  到检波器  $r_A$  的格林函数,  $G(r_B, s)$  是  $s$  到检波器  $r_B$  的格林函数, 两个检波器记录  $r_A$  和  $r_B$  的互相关函数为

$$C_{AB} = |W(s)|^2 G(r_A, s) G^*(r_B, s) \quad (3)$$

其中,  $|W(s)|^2$  是震源函数的自相关函数。

如果有多个震源, 均匀环绕两个检波点  $r_A$  和  $r_B$ , 那么积分这些震源的  $C_{AB}$ , 可以得到两个检波点之间的格林函数。这是通常的地震干涉的基本内容。

随采地震比较特殊, 震源(采煤机)只在掌子面运动, 而检波器安装在两边的巷道里, 因为没有地震射线先后穿过两个检波点, 因而不能得到检波器之间的绝对到时差。此时, 互相关得到的只是地震波到达两个检波器的相对到时。所以在反演时, 需要同时将发震时刻列为未知数。

#### b. 反褶积干涉原理

反褶积干涉的频率域表示为

$$D_{AB} = \frac{G(r_A, s) G^*(r_B, s)}{|G(r_B, s)|^2} \quad (4)$$

反褶积干涉  $D_{AB}$  中, 源信号的影响  $|W(s)|^2$  可以被消除, 但存在分母  $|G(r_B, s)|^2$  为 0 或接近于 0 的问

题,需要做正则化处理。

反褶积算法有很多,最简单的是“水位”反褶积<sup>[17]</sup>,表示为

$$D_{AB} = \frac{G(r_{A,s})G^*(r_{B,s})}{|G(r_{B,s})|^2 + \varepsilon \langle |G(r_{B,s})|^2 \rangle} \quad (5)$$

式中  $\langle |G(r_{B,s})|^2 \rangle$  是  $r_B$  的功率谱的均值,调节水位  $\varepsilon$  的大小可起正则化的作用。当  $\varepsilon$  比较小时,反褶积可能会不稳定;当  $\varepsilon$  较大时,反褶积结果与互相关接近。这种反褶积算法简单快速。

### c. 互相关干涉原理

互相关干涉的频域表达式为<sup>[16]</sup>

$$H_{AB} = \frac{G(r_{A,s})G^*(r_{B,s})}{|G(r_{A,s})||G(r_{B,s})|} \quad (6)$$

互相关干涉用水位法分两步实现

$$H_{AB1} = \frac{G(r_{A,s})G^*(r_{B,s})}{|G(r_{A,s})| + \varepsilon_1 \langle |G(r_{A,s})| \rangle} \quad (7)$$

$$H_{AB} = \frac{H_{AB1}}{|G(r_{B,s})| + \varepsilon_2 \langle |G(r_{B,s})| \rangle} \quad (8)$$

第 1 步与反褶积干涉很接近,差别在于分母的振幅谱没有平方;第 2 步的分母是  $r_B$  的振幅谱。

## 2.2 随采地震信号的地震干涉处理

井下试验记录到一些微震事件,可以用来与反褶积结果作对比,作为一个检验标准。图 3a 是其中的一个微震事件。

对采煤机噪音数据进行反褶积干涉处理,当  $\varepsilon$  比较小时有许多假同相轴出现(图 1b);  $\varepsilon$  大小适当的时候,反褶积干涉的结果比较理想(图 1c 和图 1d)。与微震(图 1a)相比,信噪比相当,在个别道甚至更高。图 1d 的远道初至比图 1c 更清楚,而图 1c 的近道似乎更好;图 1e 是  $\varepsilon$  为 14 的干涉结果,其信噪比远低于图 1c 和图 1d。 $\varepsilon$  值很大时,相当于互相关干涉。从这个例子看,反褶积干涉更适合于随采地震数据处理。利用互相关方法要得到比较好的结果,需要挑选参考信号,而利用反褶积干涉,几乎用任何一道作参考信号都能够稳定的得到较好的结果。

图 2 展示了各种干涉方法在频率域的对比:图 2a 是互相关,也就是  $H_{AB1}$  的分子,图 2b 和图 2c 分别是  $r_A$  和  $r_B$  的振幅谱的平方,图 2e 是反褶积干涉结果,图 2f 是相干干涉的结果。从谱的光滑性和带宽上看,互相关干涉(图 2a)最差,反褶积干涉(图 2e)得到了较大改善,相干干涉(图 2f)的谱最光滑也最宽(虚线圆圈标注的地方)。这里的纵坐标是对数坐标。

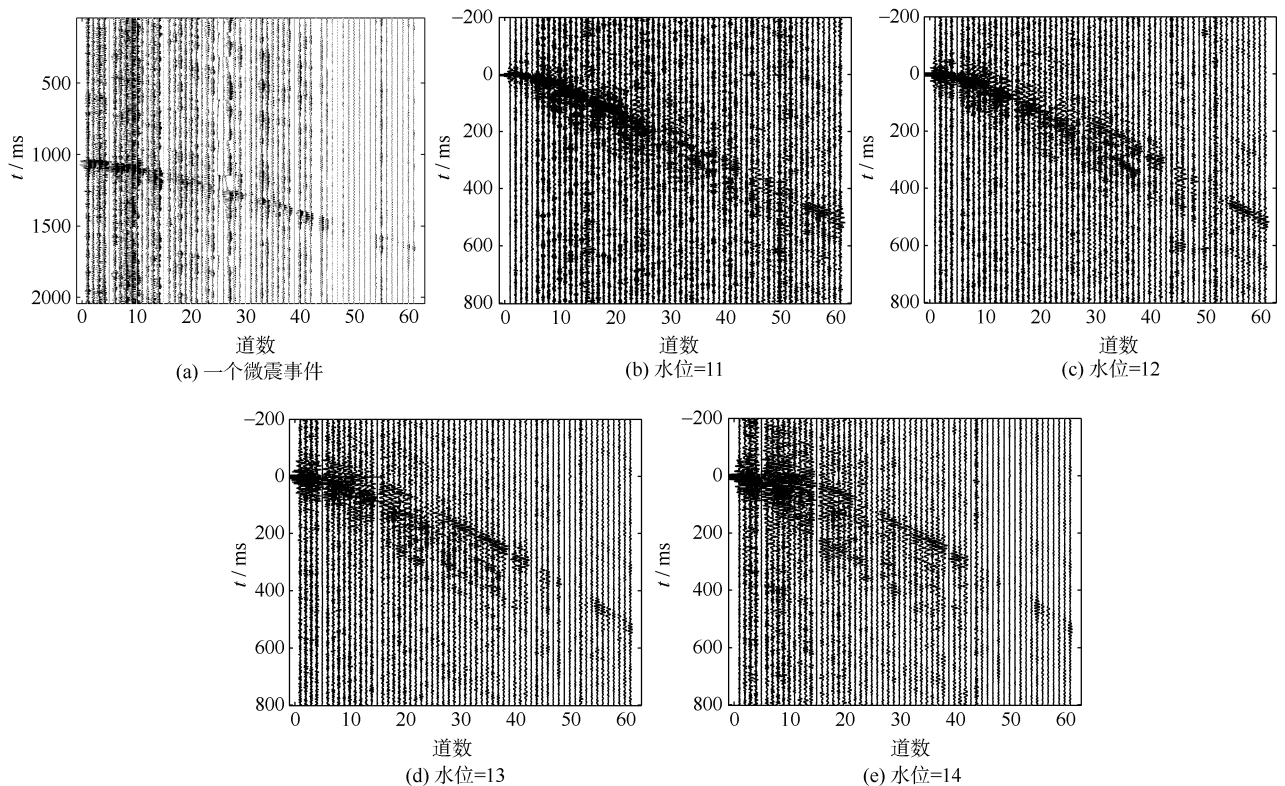


图 1 1 个微震和不同水位时的反褶积干涉结果

Fig.1 Deconvolution interference result under a microseismic event and different water level

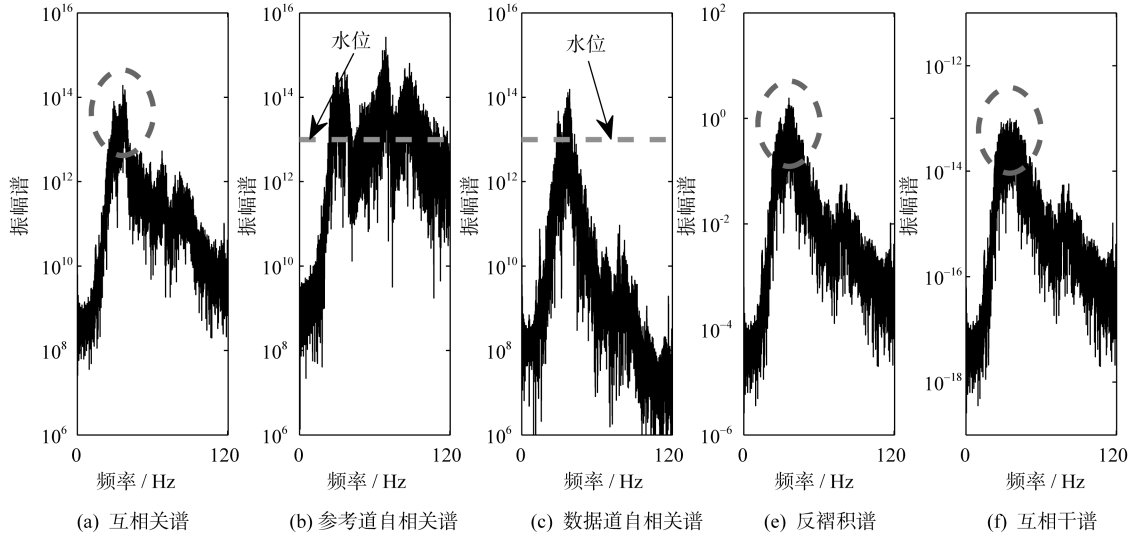


图 2 3 种干涉方法结果的功率谱对比

Fig.2 Comparison of power spectra of three interferometry methods

### 3 工作面随采地震层析成像

利用采煤机作为震源, 发震时刻是未知的, 只能得到各个道的相对到时, 以参考信号的到时为 0 时刻。因为采煤机位置已知, 所以可以通过拟合得到粗略的发震时刻和波速, 在反演时作为初值。

由于槽波的频散特性, 很难读到精确的到时; 再加上还有其他震相以及强噪音的干扰, 靠近掌子面记录的槽波到时很难获得。比较发现, 远道的背景噪音小, 而且各种震相已经明显分开, 到时的读取比较容易。数据精度信息用方差表示, 贝叶斯反演可以利用这些先验信息约束反演结果, 获得更可靠的结果。

#### 3.1 基于贝叶斯的随采地震层析成像

层析成像一般都利用 ART 或 SIRT 等方法反演, 对逐条射线作调整, 因而利用一般的计算机就可以求解大型稀疏矩阵。随采地震层析成像一般都是不适定性高的小型反演问题, 为此需要加入先验信息以降低不适定性。贝叶斯反演最大的优点就是可以方便地加入先验信息, 且是全局寻优的反演方法, 因而采用这种方法来解决随采地震层析成像问题。

##### a. 贝叶斯反演原理

给定一个数据  $d$  和模型  $m$  的关系式  $d = g(m)$ , 数据的误差是高斯分布的协方差  $C_D$ , 高斯分布的模型初始值为  $m_0$ , 协方差为  $C_M$ 。由贝叶斯理论, 给定模型的后验概率密度为

$$p(m|d) \sim \exp\left[-\frac{1}{2}(g(m)-d)^T C_D^{-1}(g(m)-d)\right] \times \exp\left[-\frac{1}{2}(m-m_0)^T C_M^{-1}(m-m_0)\right] \quad (9)$$

最大概率模型参数可以通过令下式最小化获得

$$(g(m)-d)^T C_D^{-1}(g(m)-d) + (m-m_0)^T C_M^{-1}(m-m_0) \quad (10)$$

如果模型是线性的, 即  $Gm = d$ , 后验概率密度也是高斯型的<sup>[18]</sup>。最高概率的模型是

$$m = (G^T C_D^{-1} G + C_M^{-1})^{-1} (G^T C_D^{-1} d + C_M^{-1} m_0) \quad (11)$$

该模型的不确定性用后验协方差矩阵表示

$$C_M = (G^T C_D^{-1} G + C_M^{-1})^{-1} \quad (12)$$

##### b. 相对到时层析成像原理

速度(或慢度)层析成像的一般方法是将介质离散化为一个长方体格子集合, 每个格子有一个慢度,  $s_k$  表示第  $k$  个格子的慢度。

第  $j$  条射线的走时为

$$t_j = \sum_{k=1}^N s_k l_{jk} + t_j^{\text{shot}} \quad (13)$$

式中  $l_{jk}$  是该射线在格子  $k$  内的长度,  $t_j^{\text{shot}}$  是发震时刻。将未知量装在一个矢量内  $x = [s, t^0]$ , 方程可写为矩阵形式

$$\begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ \vdots \\ t_j \\ t_{j+1} \\ \vdots \\ t_{M-1} \\ t_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{1,1} & l_{1,2} & \cdots & l_{1,N} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ l_{2,1} & l_{2,2} & \cdots & l_{2,N} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ l_{j,1} & l_{j,2} & \cdots & l_{j,N} & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ l_{j+1,1} & l_{j+1,2} & \cdots & l_{j+1,N} & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ l_{M-1,1} & l_{M-1,2} & \cdots & l_{M-1,N} & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ l_{M,1} & l_{M,2} & \cdots & l_{M,N} & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_N \\ t_1^{\text{shot}} \\ t_2^{\text{shot}} \\ \vdots \\ t_K^{\text{shot}} \end{bmatrix} \quad (14)$$

或

$$t = Lx \quad (15)$$

$L$  内的 0 和 1 的列用于结合到时及其相应的发震时刻  $t_j^{\text{shot}}$ ,  $1 \leq j \leq K$ ,  $K$  是炮数或者采煤机位置数。利用贝叶斯反演求解该问题, 要按照平均慢度给出初始慢度值, 发震时刻初始值都设为 0, 两者合起来表达为  $x_0$ ; 除此之外, 需要由经验值给出慢度的协方差  $c_x$  和到时的协方差  $c_T$ , 这些先验信息对反演提供了较强的约束, 保证了搜索到的最优解是符合物理认识的, 对于不适定性较高的反演问题有很好的适应性。反演的最大概率的结果是

$$x = (L^T C_T^{-1} L + C_x^{-1})^{-1} (L^T C_T^{-1} t + C_x^{-1} x_0) \quad (16)$$

### 3.2 相对到时的获得

到时的读取有两种方法: 第一种方法是以某一道为参考道, 与所有道做干涉, 得到一个类似脉冲源的单炮集后, 以参考道最大值的时刻为 0 时, 读取各道的到时。这种方法很难准确读取近震源道的到时, 因为近震源道的噪音比较强, 且震相复杂。第二种方法是分别以各道为参考道与所有道做干涉, 得到一组单炮集, 每个单炮集重排为一列, 得重排的各个炮集; 然后, 利用中间列为参考道再进行互相关, 得到图 3。由最大值读取到时会受到局部噪音影响, 而由多次波的最大值读取相对到时可以得到更好的结果。图 3 中, 读取的相对到时是虚线框内同相轴的最大值位置。

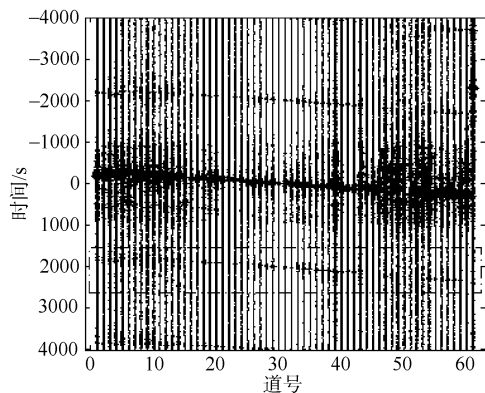


图 3 相对到时的读取

Fig.3 The acquisition of relative arrival time

### 3.3 层析成像结果

利用得到的相对到时, 经过去坏道等数据预处理后, 设置初始值和模型与数据的协方差。模型的协方差表示工作面上的煤层波速偏离平均波速的程度, 由于煤层的均匀性很好, 波速差异主要是地层应力调整造成, 因而可以设置一个较小的协方差  $C_x$ ; 由地震数据得到的到时在某些道质量不够高, 因而方差  $C_T$  要设置的比  $C_x$  大一些。利用式(13)的贝叶斯方法反演得到最终的层析成像结果, 如图 4 所示。

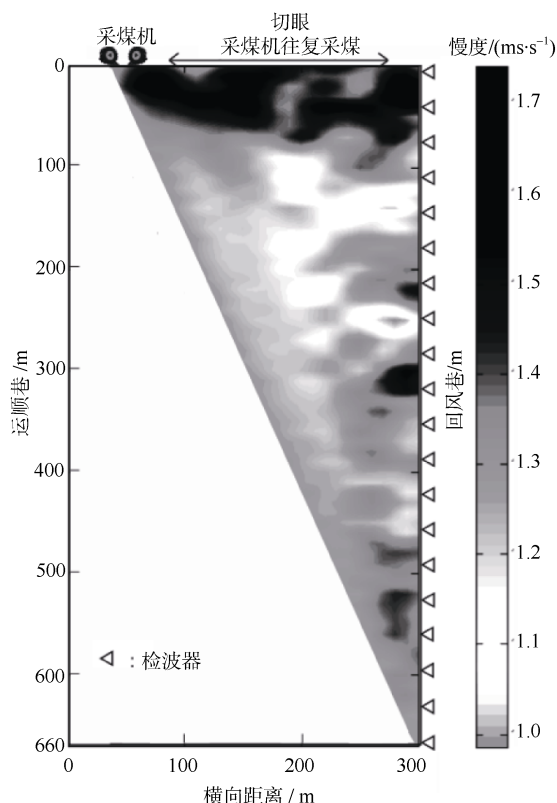


图 4 工作面层析成像

Fig.4 Seismic tomography of working face

图 4 中, 检波器都布置在运顺巷对面的回风巷里, 因为这里没有运输设备的噪音干扰。射线覆盖区域是切眼和回风巷连线的三角形, 射线覆盖区域外的速度还是给定的初始值。在掌子面附近和巷道附近的煤层慢度明显大于工作面内部, 这是由于掌子面受采掘扰动比较松软造成的。

## 4 结论

a. 利用反褶积干涉或互相干干涉提取地震信号, 其相干谱的主成分更宽、更平滑, 对于含有较强时间结构成分的机械噪音来说, 这两种方法要比互相关方法更具适应性。

b. 对由各个道分别作参考道得到的一组炮集再做互相干, 能得到信噪比更高的到时, 这种二次干涉方法充分利用了数据的冗余性。

c. 基于贝叶斯理论的反演利用了初始模型及其协方差、到时的协方差等先验信息, 比较适合处理随采地震这种奇异性较高的反演问题。

## 参考文献

- [1] KREY T. In-seam seismic exploration techniques[C]// Proceeding 1st International Coal Exploration Symposium London U.K. Coal Exploration, vol.1. San Francisco: Miller-Free-man Pub-

- lishers, 1976.
- [2] MIRANDA F, POLETTO F. Seismic while drilling: fundamentals of drill-bit seismic for exploration[M]. Handbook of Geophysical Exploration 35, Amsterdam: Elsevier, 2004.
- [3] BUCHANAN D J, MASON I, DAVIS R. The coal cutter as a seismic source in channel wave exploration[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1980, 18(4): 318–320.
- [4] WESTMAN E C, HARAMY K Y, ROCK A D. Seismic tomography for longwall stress analysis[C]//Proceeding 2nd North American Rock Mechanics Symposium, Montreal, QC, 1996: 397–403.
- [5] LUO X, KING A, WERKEN van de M. Tomographic imaging of rock conditions ahead of mining using the shearer as a seismic source—A feasibility study[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2009, 47(11): 3671–3678.
- [6] KING A, LUO X. Methodology for tomographic imaging ahead of mining using the shearer as a seismic source[J]. Geophysics, 2009, 74(2): m1–m8.
- [7] LU Bin, CHENG Jianyuan, HU Jiwei, et al. Seismic features of vibration induced by mining machines and feasibility to be seismic sources[J]. Procedia Earth and Planetary Science, 2011, 3: 76–85.
- [8] 杨思通, 程久龙. 煤巷地震超前探测数值模拟及波场特征研究[J]. 煤炭学报, 2010, 35(10): 1633–1637.
- YANG Sitong, CHENG Jiulong. Numerical simulation of fore detecting with seismic in coal roadway and study of wave field characteristics[J]. Journal of China Coal Society(in Chinese), 2010, 35(10): 1633–1637.
- [9] 杨思通, 程久龙. 煤巷小构造 Rayleigh 型槽波超前探测数值模拟[J]. 地球物理学报, 2012, 55(2): 655–662.
- YANG Sitong, CHENG Jiulong. The method of small structure prediction ahead with Rayleigh channel wave in coal roadway and seismic wave field numerical simulation[J]. Chinese Journal Geophysics, 2012, 55(2): 655–662.
- [10] 陆斌, 程建远, 胡继武, 等. 采煤机震源有效信号提取及初步应用[J]. 煤炭学报, 2013, 38(12): 2202–2207.
- LU Bin, CHENG Jianyuan, HU Jiwei, et al. Shearer source signal extraction and preliminary application[J]. Journal of China Coal Society(in Chinese), 2013, 38(12): 2202–2207.
- [11] SCHUSTER G T. Seismic Interferometry[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2009.
- [12] SIMON R. Energy balance in rock drilling[J]. Society of Petroleum Engineers, 1963, 3(4): 298–306.
- [13] CLAERBOUT J F. Synthesis of a layered medium from its acoustic transmission response[J]. Geophysics, 1968, 33: 264–269.
- [14] VACONCEKLOS I, SNIEDER R. Interferometry by deconvolution: Part 2—Theory for elastic waves and application to drill-bit seismic imaging[J]. Geophysics, 2008, 73(3): S129–S141.
- [15] AKI K. Space and time spectra of stationary stochastic waves, with special reference to microtremors[J]. Bulletin of the Earthquake Research Institute, University of Tokyo, 1957, 35: 415–456.
- [16] NAKATA N, SNIEDER R, TSUJI T, et al. Shear wave imaging from traffic noise using seismic interferometry by cross-coherence[J]. Geophysics, 2011, 76(6): SA97–SA106.
- [17] CLAYTON R W, WIGGINS R A. Source shape estimation and deconvolution of teleseismic body waves[J]. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 1976, 47: 151–177.
- [18] 塔兰托拉. 模型参数估计的反问题理论与方法(影印版)[M]. 北京: 科学出版社, 2009.

(责任编辑 聂爱兰)